

STERBLICHKEITS- ANALYSE UND -MODELLIERUNG MIT HILFE VON R

DAV Vor-Ort 03.11.2020

Dr. Sebastian Paik

Janis Gutjahr



Together With You



Vortragende



Dr. Sebastian Paik

- seit 2013 Q_PERIOR, Topic Chapter Risk Management
- 2013 - 2015 Weiterbildung zum Aktuar (DAV) bei der Deutschen Aktuar Vereinigung
- seit 2016 Mitglied der Deutschen Aktuarvereinigung (DAV)
- 2010 - 2013 Accenture, Risk Management, Schwerpunkt: Insurance
- 2007 - 2013 Promotion am Lehrstuhl für Banking und Finanzcontrolling der Universität Bamberg
- 2001 - 2007 Studium der Mathematik an der Universität Bonn und Abschluss als Dipl.-Math.



Janis Gutjahr

- seit 2020 Q_PERIOR, Topic Chapter Risk Management
- seit 2016 Weiterbildung zum Aktuar (DAV) bei der Deutschen Aktuar Vereinigung
- 2012 - 2020 Studium der Mathematik an der Universität Ulm und Abschluss als M. Sc.

0. Agenda

Agenda

1. Umfeld der Sterblichkeitsanalyse
2. Einordnung der Verweildauerermethode
3. Die Verweildauerermethode
4. Anwendungsbeispiele
5. Abschließendes
6. Ausblick

0. Agenda

Agenda

- 1. Umfeld der Sterblichkeitsanalyse**
2. Einordnung der Verweildauerermethode
3. Die Verweildauerermethode
4. Anwendungsbeispiele
5. Abschließendes
6. Ausblick

1. Umfeld

Lebensversicherer befinden sich inmitten verschiedener Entwicklungen



1. Umfeld

Die Entwicklung der Sterblichkeit stellt dabei einen zentralen Einflussfaktor dar

BIG DATA

Die Auswirkung diverser Risikofaktoren auf die Sterblichkeit wird messbar. Gleichzeitig entsteht ein hoher Anspruch an IT Systeme.

REGULATORIK

Solvency II und EbAV II Richtlinien fordern anspruchsvolle Reports, während Datenschutz Richtlinien die Analysemöglichkeiten einschränken.



NIEDRIGZINS

Im Niedrigzinsumfeld nimmt die Bedeutung von biometrischen Rechnungsgrundlagen zu.

DEMOGRAPHISCHER WANDEL

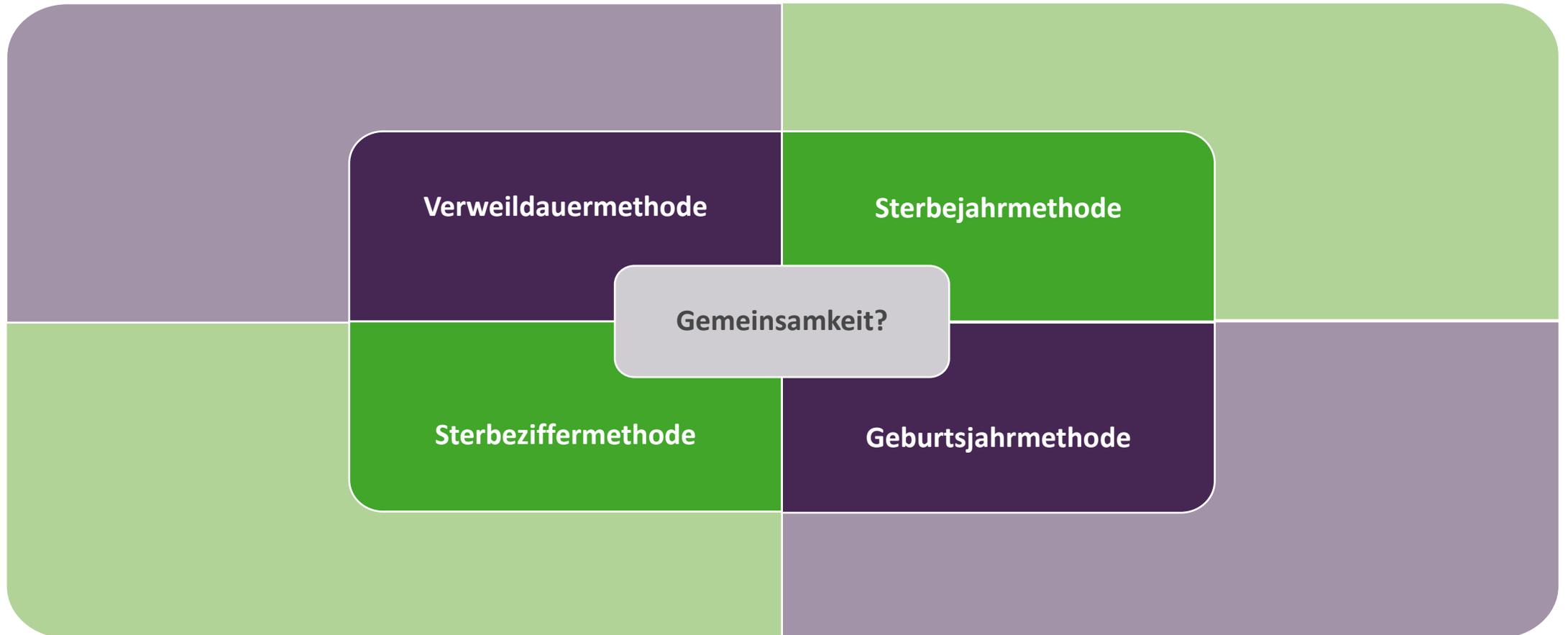
Sterblichkeitstrends beeinflussen die langfristige Finanzierbarkeit von Pensionsversicherungsprodukten.

0. Agenda

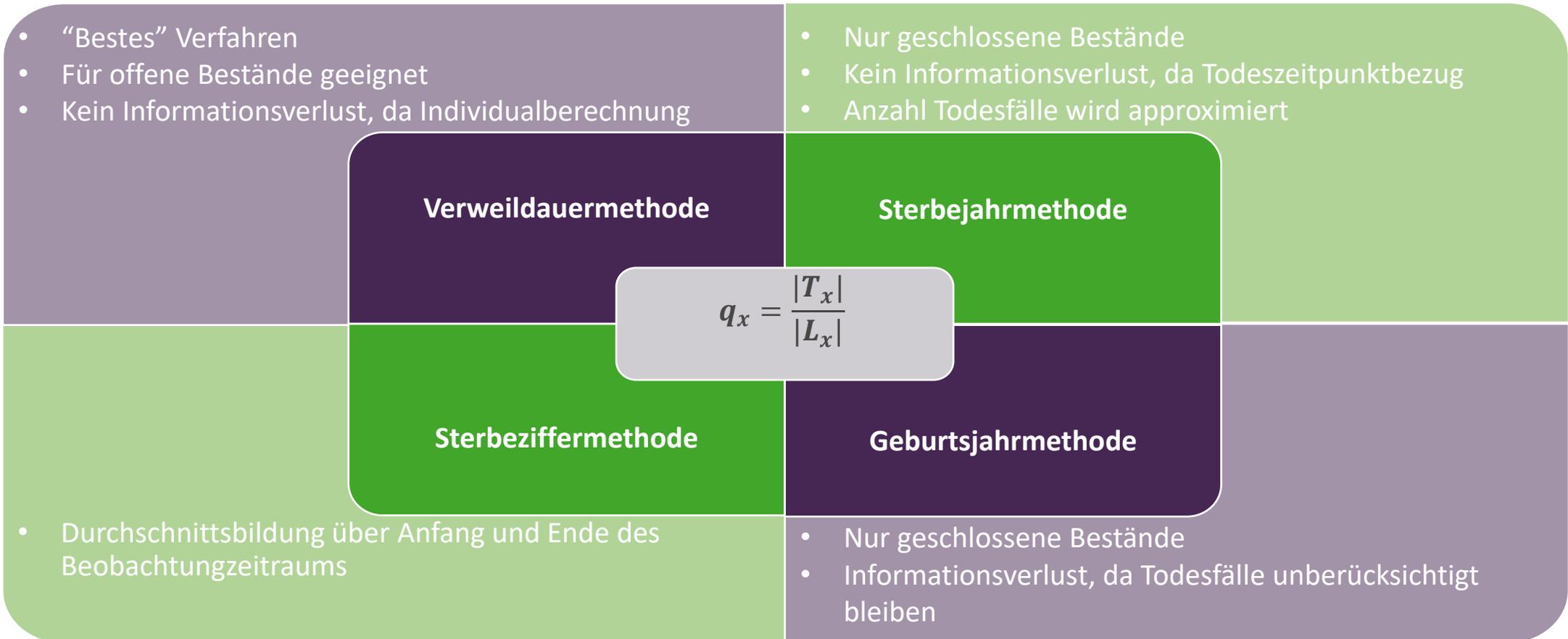
Agenda

1. Umfeld der Sterblichkeitsanalyse
- 2. Einordnung der Verweildauerermethode**
3. Die Verweildauerermethode
4. Anwendungsbeispiele
5. Abschließendes
6. Ausblick

Grundlegende Verfahren der Sterblichkeitsanalyse



Charakteristika der Basisverfahren



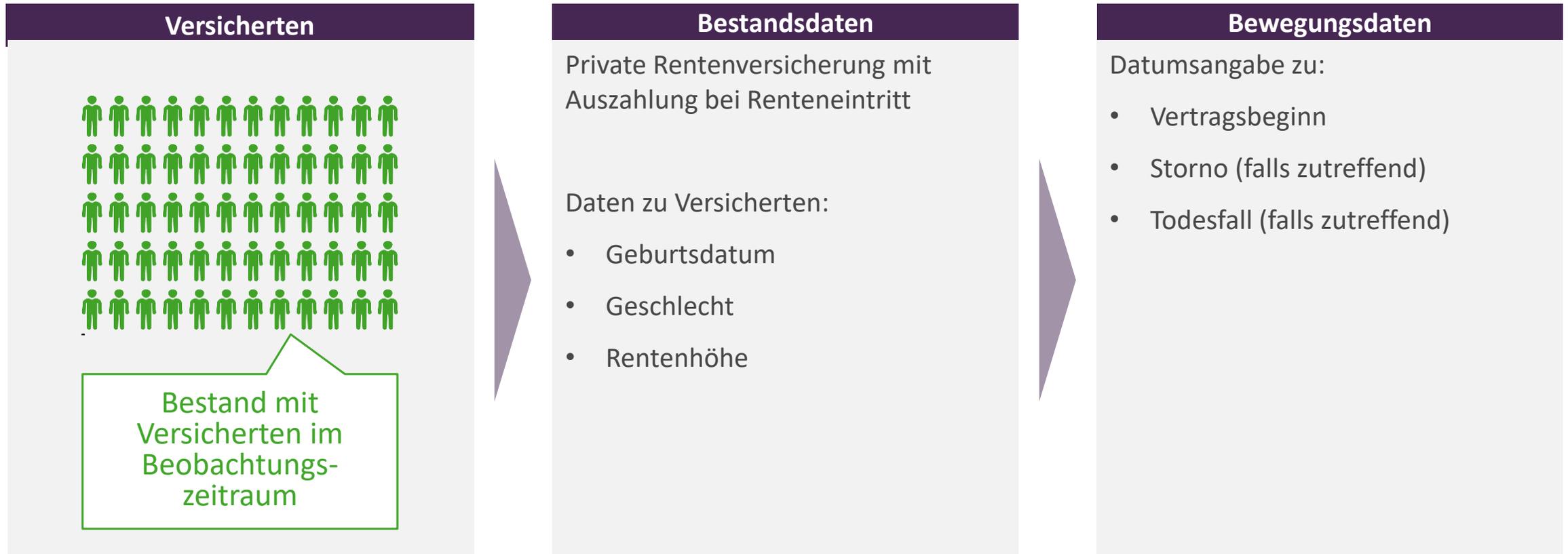
0. Agenda

Agenda

1. Umfeld der Sterblichkeitsanalyse
2. Einordnung der Verweildauerermethode
- 3. Die Verweildauerermethode**
4. Anwendungsbeispiele
5. Abschließendes
6. Ausblick

3. Die Verweildaueremethode

Setting: So sieht unser Analysebestand aus



Ziel: Bestandsspezifische Sterbetafel mit der Verweildaueremethode

3. Die Verweildauerermethode

Gewichtung mit Rentenhöhen bildet die monetäre Risikolage ab

Beispiel: Max Mustermann ist im 40. Lebensjahr, geboren am 01. August und hat eine versicherte Rentenhöhe von 10.000€



Verweildauerermethode: Gewichtung $\frac{7}{12}$ zu $L_{39} = L_{x-1}$

Gewichtung $\frac{5}{12}$ zu $L_{40} = L_x$

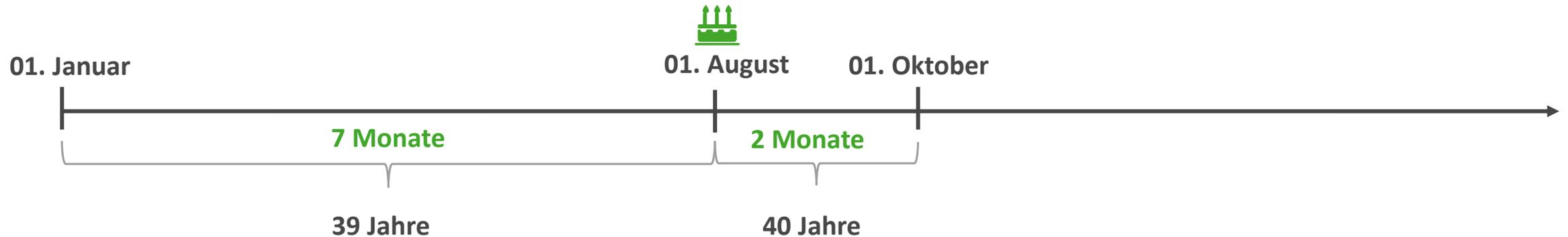
Verweildauerermethode mit Rentenhöhe: Gewichtung $\frac{7}{12} * 10.000€$ zu L_{x-1}

Gewichtung $\frac{5}{12} * 10.000€$ zu L_x

3. Die Verweildauermethode

Alternativer Abgang findet Berücksichtigung

Beispiel: Max Mustermann storniert am 01. Oktober



Verweildauermethode: Gewichtung $\frac{7}{12}$ zu $L_{39} = L_{x-1}$

Gewichtung $\frac{2}{12}$ zu $L_{40} = L_x$

Verweildauermethode
mit Rentenhöhe: Gewichtung $\frac{7}{12} * 10.000\text{€}$ zu L_{x-1}

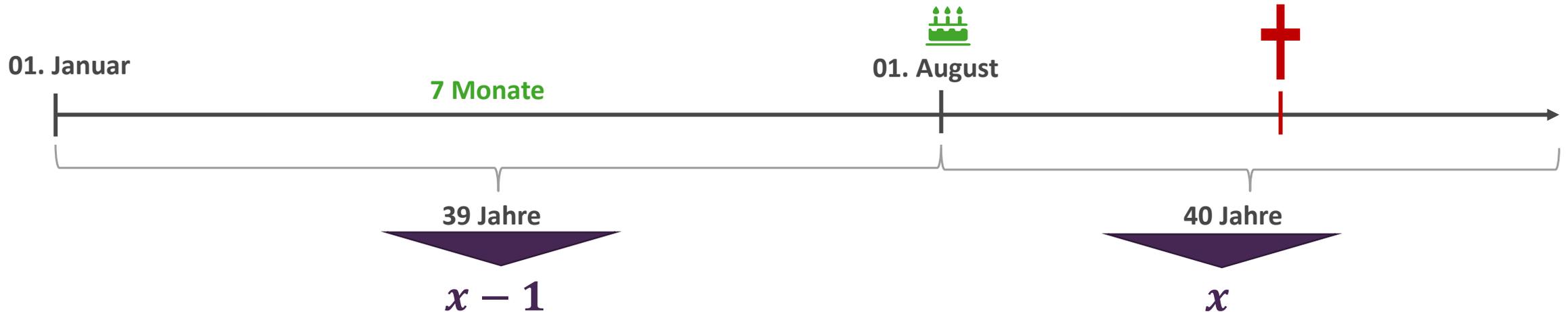
Gewichtung $\frac{2}{12} * 10.000\text{€}$ zu L_x

Bei Stornierung vor seinem Geburtstag entsprechende Gewichtung zu L_{x-1}

3. Die Verweildauermethode

Wieviel Gewicht hat der Todesfall?

Beispiel: Max Mustermann stirbt nach seinem Geburtstag



Verweildauermethode: Gewichtung $\frac{7}{12}$ zu $L_{39} = L_{x-1}$

Gewichtung ω zu $T_{40} = T_x$

Verweildauermethode mit Rentenhöhe: Gewichtung $\frac{7}{12} * 10.000\text{€}$ zu L_{x-1}

Gewichtung $\omega * 10.000\text{€}$ zu T_x

Bei Tod vor seinem Geburtstag entsprechende Gewichtung zu T_{x-1}

➔ Standardwahl $\omega = 1$

Von der Individualbetrachtung zur rohen Sterbewahrscheinlichkeit

- Für einen einjährigen Beobachtungszeitraum t sind die berechneten Gewichtungen zu L_{x-1} bzw. L_x die individuellen anzahl- (a) oder rentengewichteten (r) Verweildauern unter Risiko $j \in \{\text{leben}, \text{storno}, \text{tot}\}$
 - $d_{x-1,t}^{i,j}(a)$ und $d_{x-1,t}^{i,j}(r)$ bzw.
 - $d_{x,t}^{i,j}(a)$ und $d_{x,t}^{i,j}(r)$.
- Es folgen für jedes Alter x die Rohschätzungen der Sterbewahrscheinlichkeiten als
 - $q_{x,roh}(a) = \frac{\sum_t \sum_i d_{x,t}^{i,tot}(a)}{\sum_t \sum_j \sum_i d_{x,t}^{i,j}(a)}$ bzw.
 - $q_{x,roh}(r) = \frac{\sum_t \sum_i d_{x,t}^{i,tot}(r)}{\sum_t \sum_j \sum_i d_{x,t}^{i,j}(r)}$.
- **Bemerke:** Es ist für jeden Beobachtungszeitraum $|T_x| = \sum_i d_{x,t}^{i,tot}(a)$ und $|L_x| = \sum_j \sum_i d_{x,t}^{i,j}(a)$.

0. Agenda

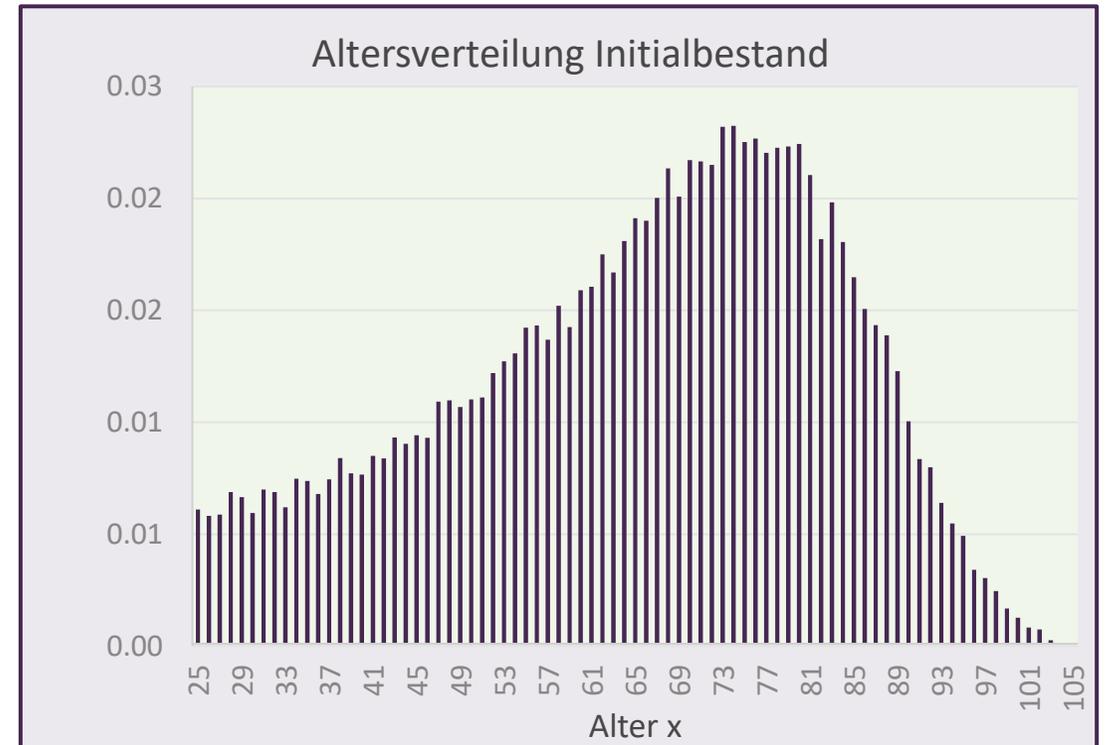
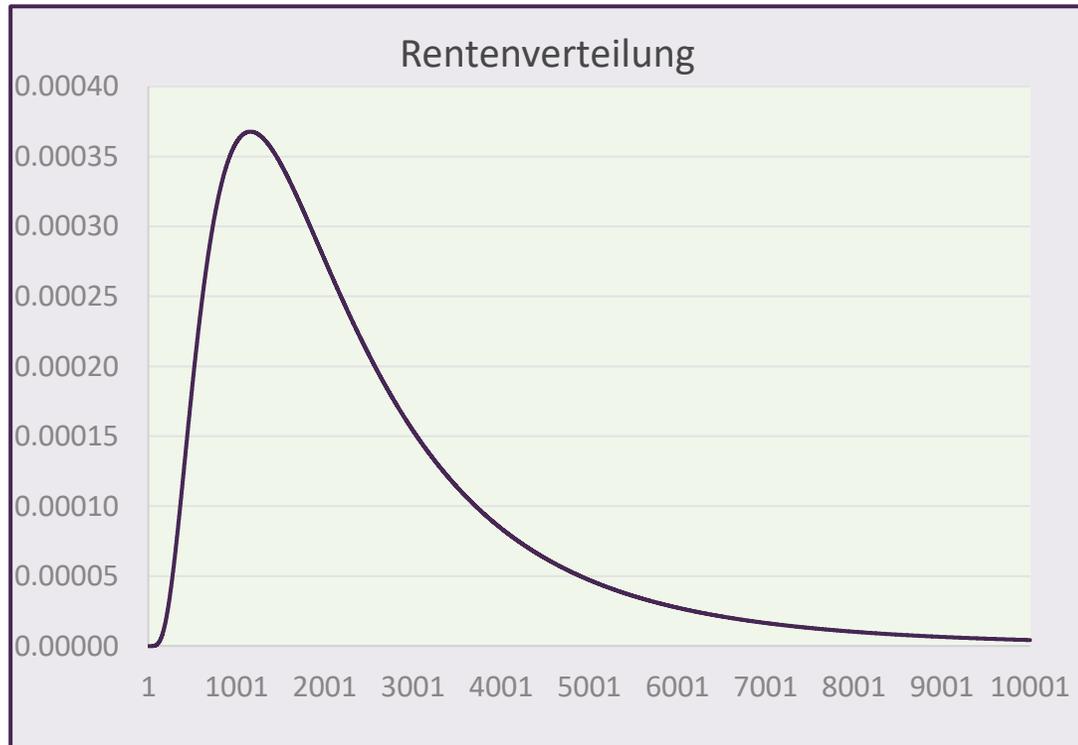
Agenda

1. Umfeld der Sterblichkeitsanalyse
2. Einordnung der Verweildauerermethode
3. Die Verweildauerermethode
- 4. Anwendungsbeispiele**
5. Abschließendes
6. Ausblick

4. Anwendungsbeispiele

Was wir implementiert haben

- Rentenhöhen- und Altersverteilung sind mittels verschiedener (Mischungen von) Copulas als stochastisch abhängig dargestellt.
- Während die Rentenhöhe als rechtsschief und lognormalverteilt angenommen ist, ist die Altersverteilung bzgl. ihres Trägers trunkiert und linksschief.



Was wir implementiert haben

- Ein erzeugter Initialbestand wird mittels der Sterbetafel DAV2004R und konstanter Neugeschäfts- und Stornoquote projiziert.
- Glatte Sterbewahrscheinlichkeiten folgen aus den Rohschätzungen mittels des Verfahrens von Whittaker-Henderson.
- Für die Rohschätzung verwenden wir die Verweildaueremethode ohne Selektionseffekte auf Basis des Dokuments zur Erstellung und Überprüfung der DAV2004R.

4. Anwendungsbeispiele

Anzahl- und Rentengewichtete rohe Sterbeswahrscheinlichkeiten q_x

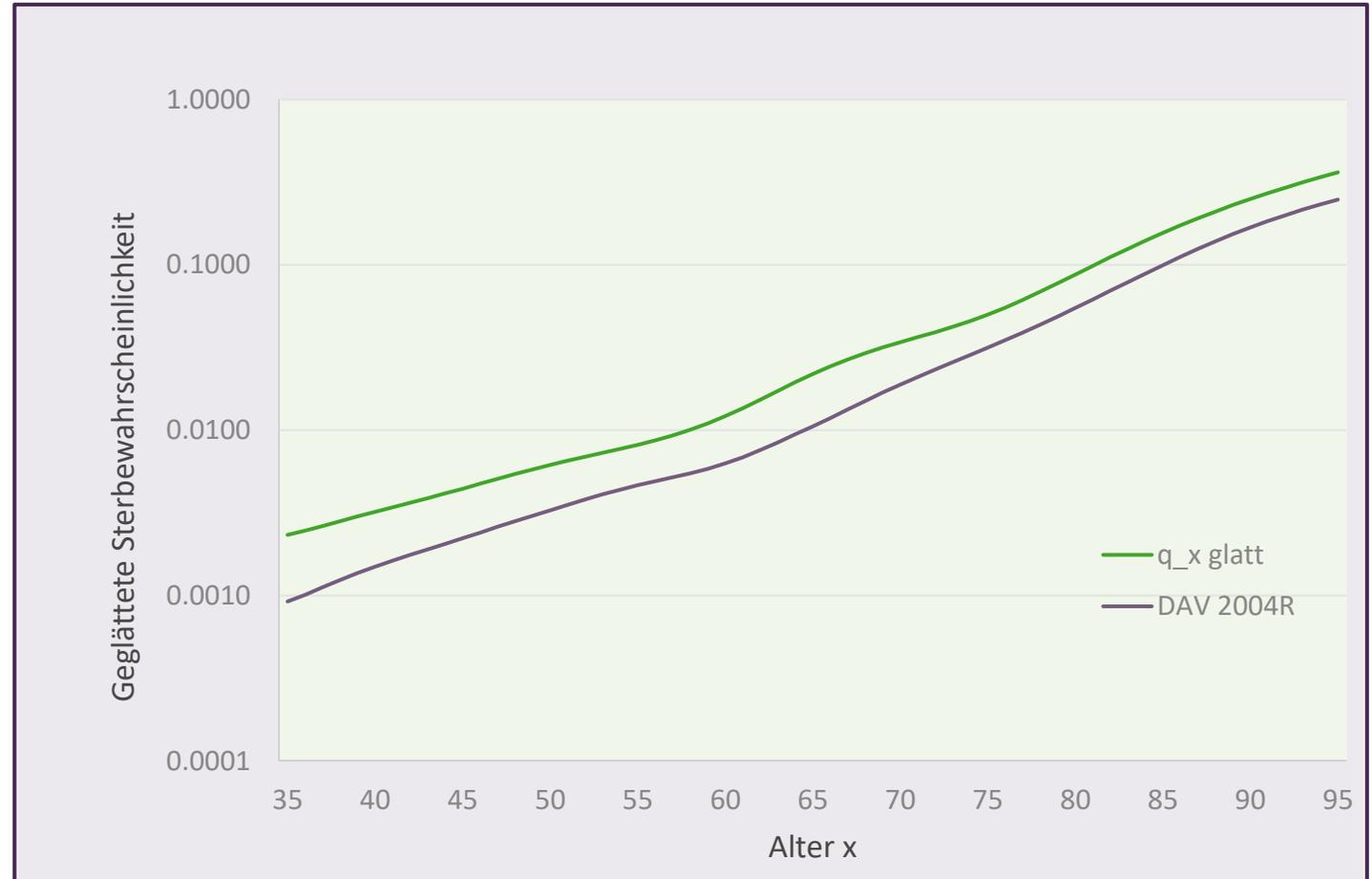
- Rentenhöhe und Alter sind als unabhängig angenommen
- Unterschiede in den Rohschätzungen sehr gering
- Rentengewichtung volatiler
- Es ist zu erwarten, dass sich die geglätteten Sterbewahrscheinlichkeiten kaum unterscheiden



4. Anwendungsbeispiele

Geglättete Sterbeswahrscheinlichkeiten q_x im Vergleich zur DAV-Tafel

- Warum die beinahe perfekte Parallelverschiebung?
- Rentenhöhe?
- Gleichbleibend erhöhte Sterblichkeit?

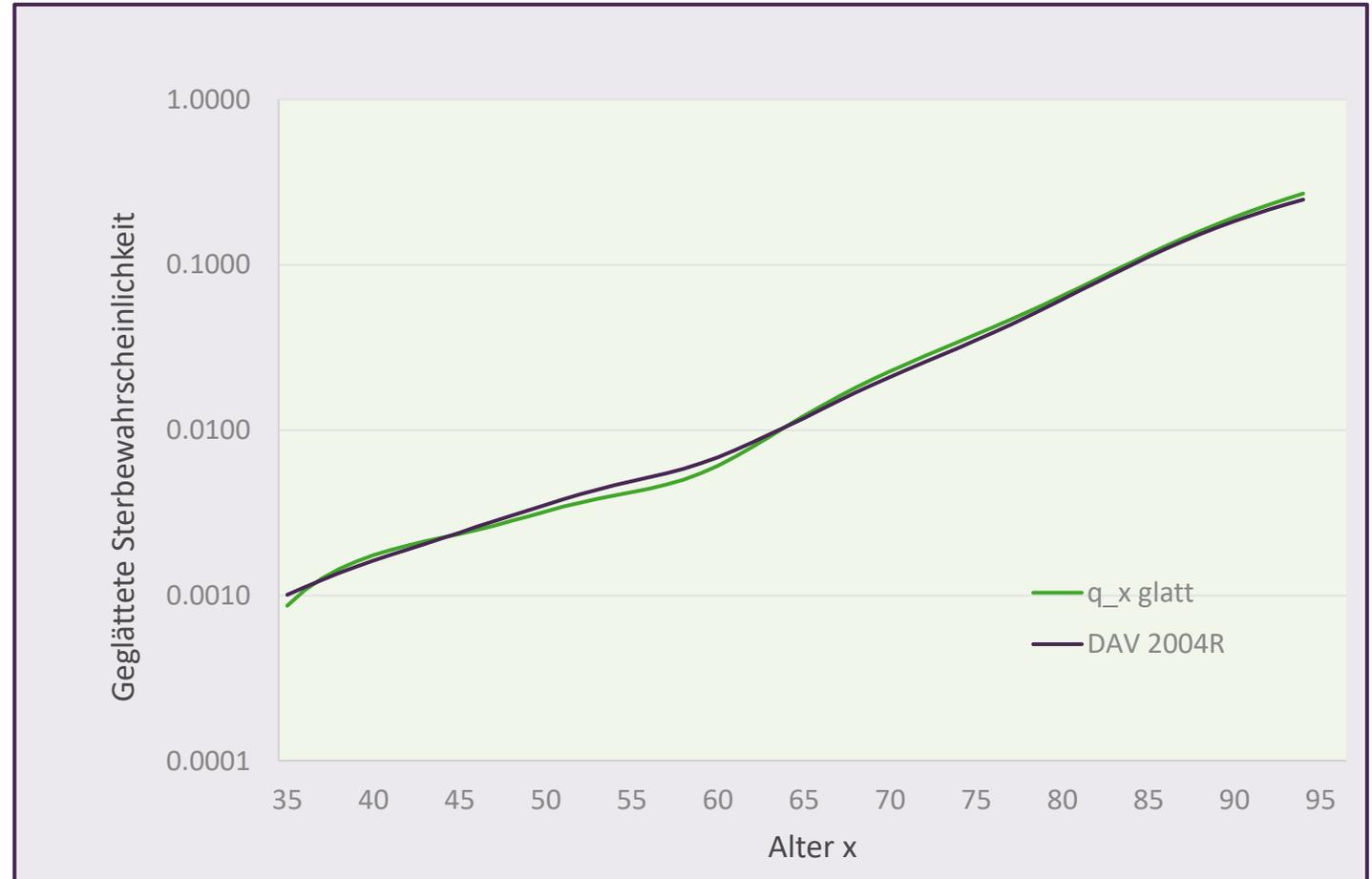


4. Anwendungsbeispiele

Einflussgrößen der geglätteten Sterbewahrscheinlichkeit

- Warum die beinahe perfekte Parallelverschiebung?
- Rentenhöhe?
- Gleichbleibend erhöhte Sterblichkeit?
- Gewichtung der Todesfälle!

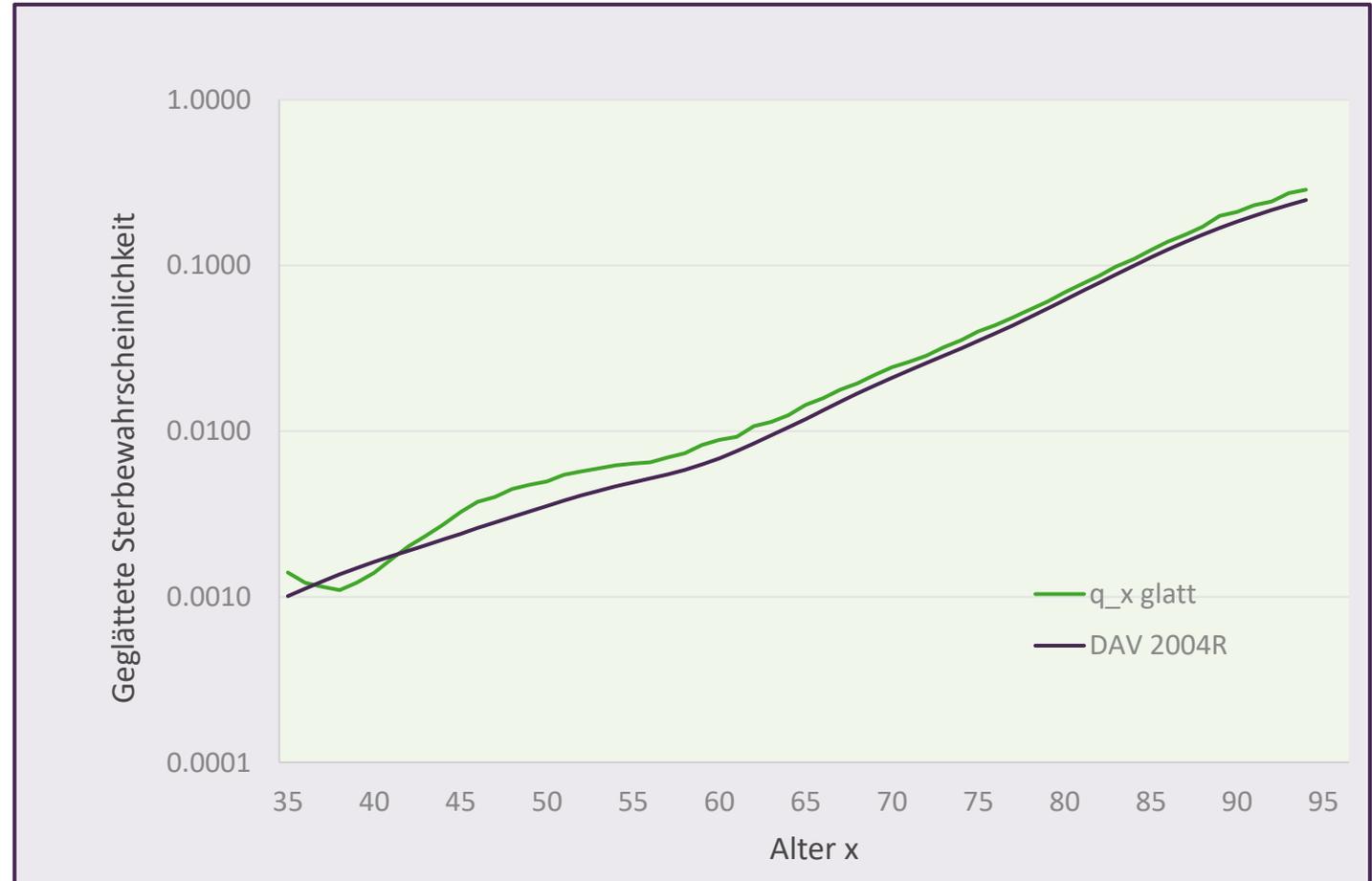
Die Wahl der Gewichtung im Todesfall wirkt sich stark auf die Sterblichkeit aus. Die Wahl des Gewichtes 1 ist zwar gerechtfertigt, aber zu hoch. Vielmehr sollte die durch den Tod entfallene Risikozeit geschätzt und einbezogen werden.



4. Anwendungsbeispiele

Einfluss der Abhängigkeit von Alter und Rente auf die Sterbewahrscheinlichkeit

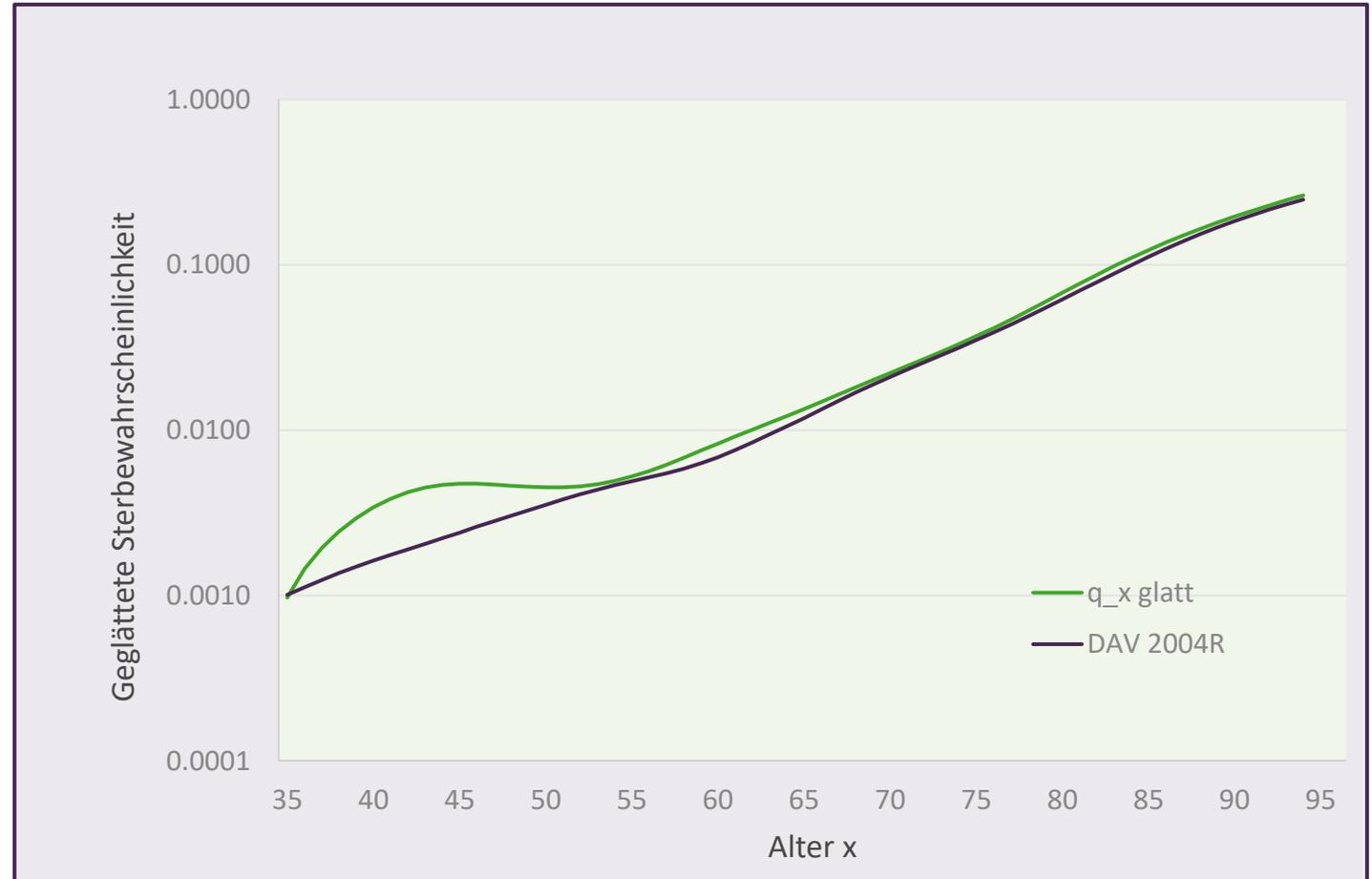
- Die Abhängigkeit von Alter und Rente ist hier so gewählt, dass niedrige Alter zu niedrigen Renten mit höheren Ausreisern tendieren.
- Für höhere Alter verstärkt sich dieser Effekt. Mittlere Altersklassen weisen keine Abhängigkeit auf.
- Vor allem im unteren Altersbereich wirkt sich die Abhängigkeit wegen geringerer Todeszahlen aus.
- Hohe Alter verbleiben wegen höherer Todeszahlen weniger volatil.



4. Anwendungsbeispiele

Einfluss der Abhängigkeit von Alter und Rente auf die Sterbewahrscheinlichkeit

- Ein extremes Beispiel für Abhängigkeit ist Clusterung.
- Hier weisen die jungen Altersklassen hohe und volatile Rentenhöhen auf.
- Im mittleren und hohen Altersbereich ist Unabhängigkeit vorausgesetzt.

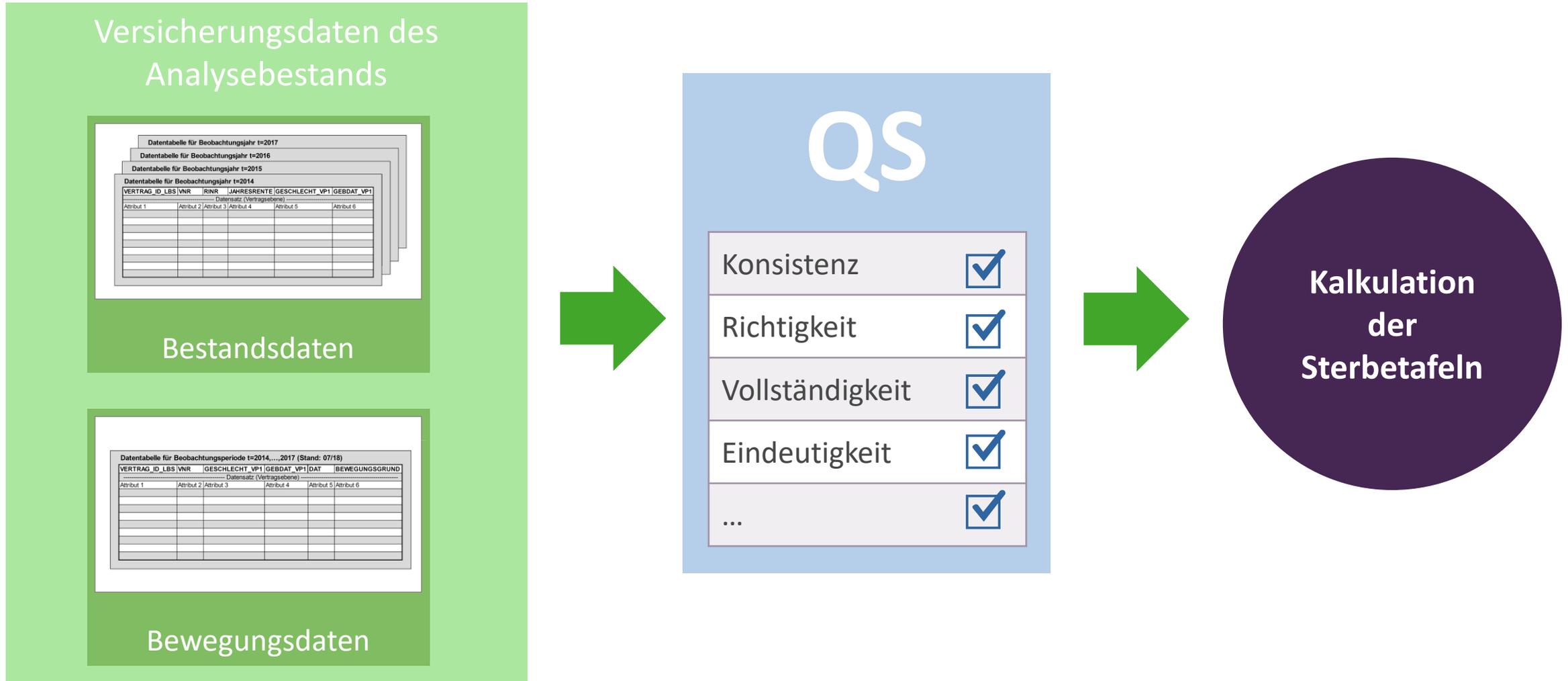


0. Agenda

Agenda

1. Umfeld der Sterblichkeitsanalyse
2. Einordnung der Verweildauerermethode
3. Die Verweildauerermethode
4. Anwendungsbeispiele
- 5. Abschließendes**
6. Ausblick

Theorie trifft Praxis: Datenqualität als zentraler Faktor



Fazit

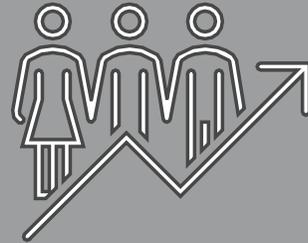
- **Reale Abhängigkeiten können komplexer sein und die Sterblichkeit unterschiedlich beeinflussen**
- **Abhängigkeiten zwischen Stornoquoten und Sterblichkeit sind genauso möglich wie Abhängigkeiten der Alters- und Rentenhöhenverteilung**
- **Vektorisierte Programmiersprachen wie R oder Matlab können eine Sterblichkeitsanalyse effizient ausführen**

Warum eine Sterblichkeitsanalyse durchführen?



VALIDIERUNG

Bestehende
Rechnungsgrundlagen durch
bestandsspezifische
Sterbetafeln validieren



BESTANDSSPEZIFITÄT

Individuelle Sterblichkeits-
analyse für Bestände mit
einer Überrepräsentation
bestimmter Berufsgruppen



VERTRIEBSSTEUERUNG

Optimierung des
Einnahmepotenzials
innerhalb verschiedener
Risikogruppen



RISIKOFAKTOREN

Berechnung spezifischer
Sterbetafeln anhand
festgelegter Risikomerkmale

0. Agenda

Agenda

1. Umfeld der Sterblichkeitsanalyse
2. Einordnung der Verweildauerermethode
3. Die Verweildauerermethode
4. Anwendungsbeispiele
5. Abschließendes
- 6. Ausblick**

Möglichkeiten der Sterblichkeitsanalyse

Nicht-Parametrische Verfahren

- Legen keine Modellstruktur fest
- Struktur der Ereigniszeit folgt einzig und allein aus den Daten
- Die Verweildauermethode ist ein Beispiel
- Aus dem Bereich der Ereigniszeitanalyse sind außerdem die Schätzer nach Kaplan-Meier und Nelson-Aalen zu erwähnen



Semi-Parametrische Verfahren

- Die Modellstruktur besteht aus einem parametrischen und parameterfreien Teil
- Die Verweildauermethode mit anschließender Interpolation in die hohen und niedrigen Altersbereiche ist ein Beispiel
- Aus dem Bereich der Ereigniszeitanalyse sind außerdem die Regressionsmodelle nach Cox oder Fine und Gray zu erwähnen

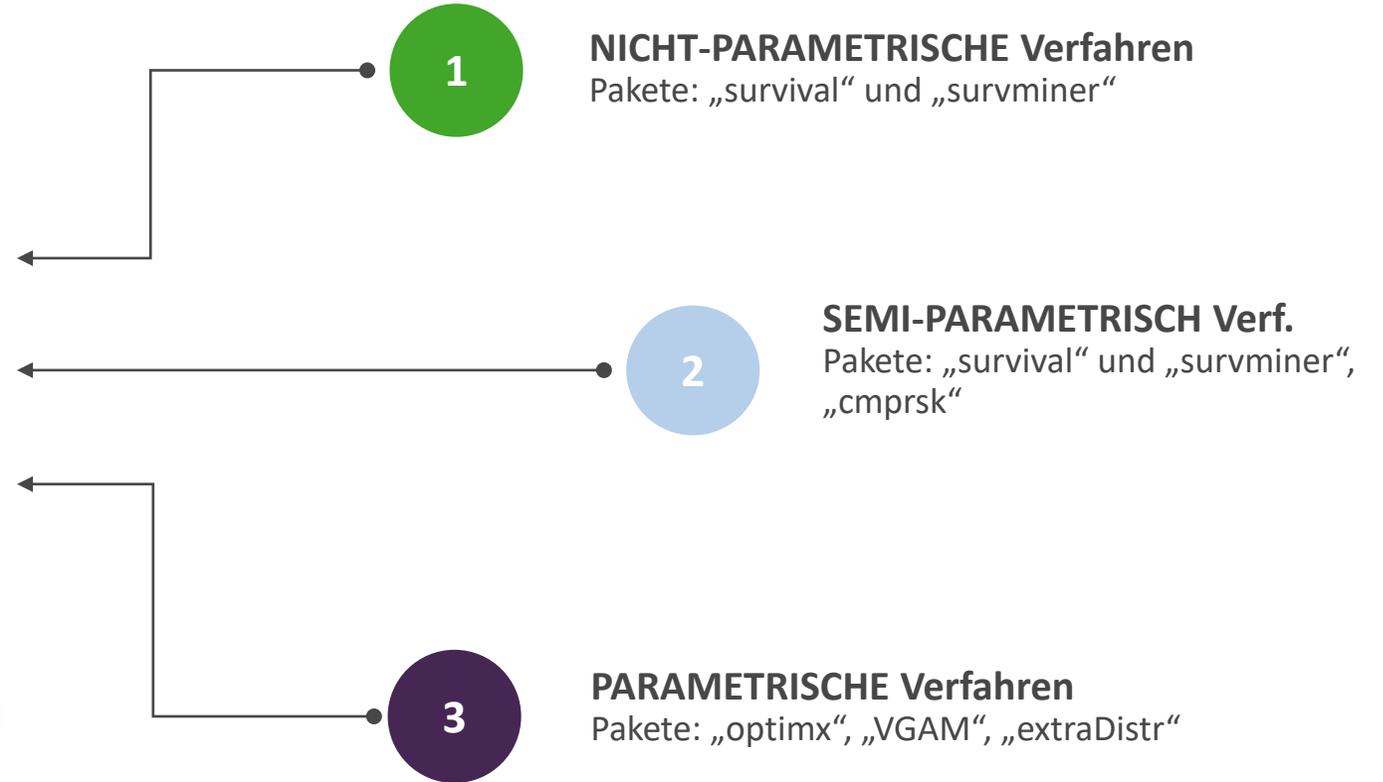
Parametrische Verfahren

- Modellstruktur ist à priori vollständig parametrisiert vorgegeben
- Die Schätzung der Parameter ist das wesentliche Mittel zum Zweck
- Gängige Modelle sind bspw. logistisch, das Gompertz-Modell oder Gompertz-Makeham-Modell

Umsetzungsmöglichkeiten in R



INTEGRIERTE LÖSUNGEN IN R



Offene Fragen?