

Zinsmodelle in der marktkonsistenten Bewertung von Versicherungsbeständen

Wie materiell ist die Modellwahl?

Dr. Ingo Kraus, ERGO Group AG

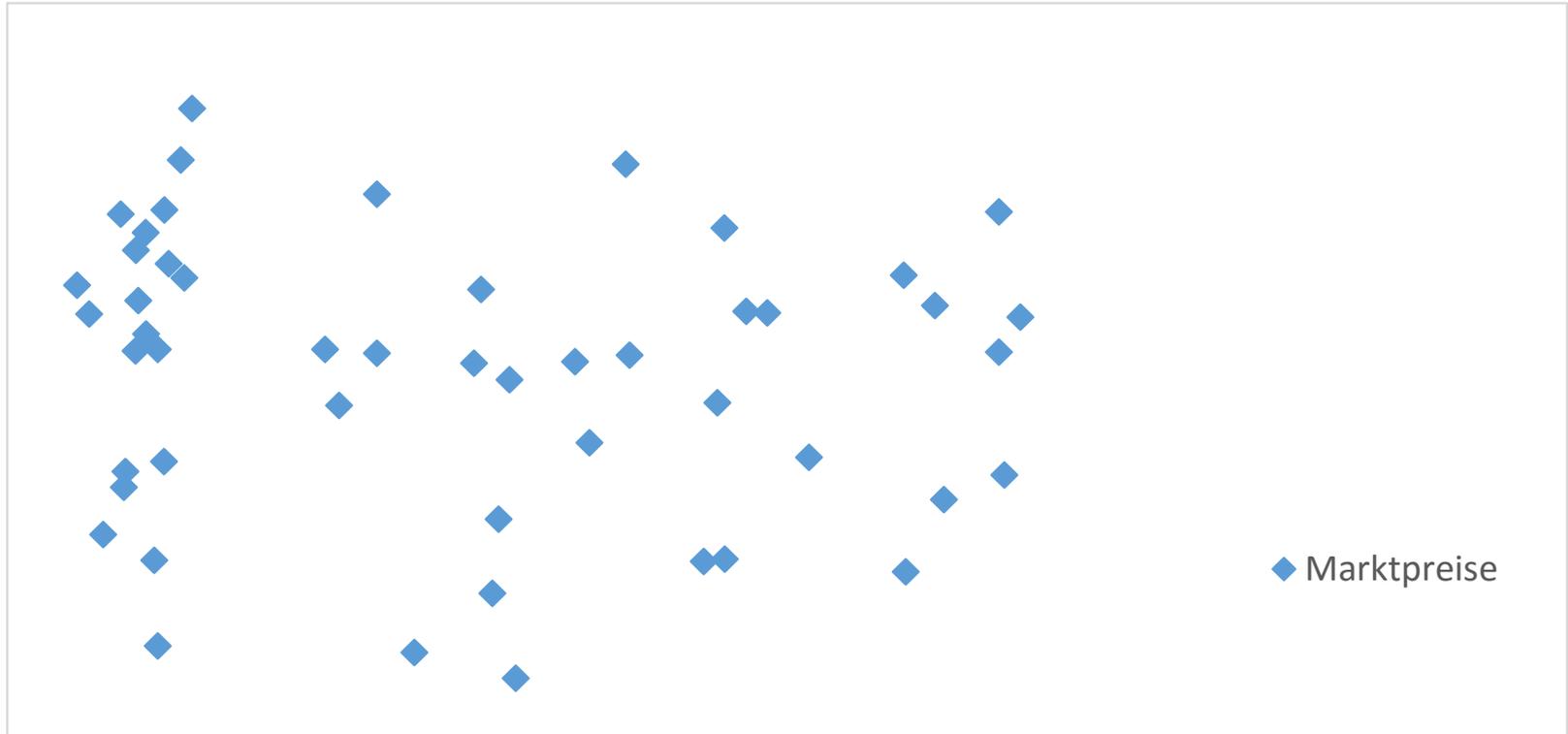
Düsseldorf, 4.10.2016

ERGO

- Grundlagen
- Swaptionpreise
- Beispiele und Diskussion

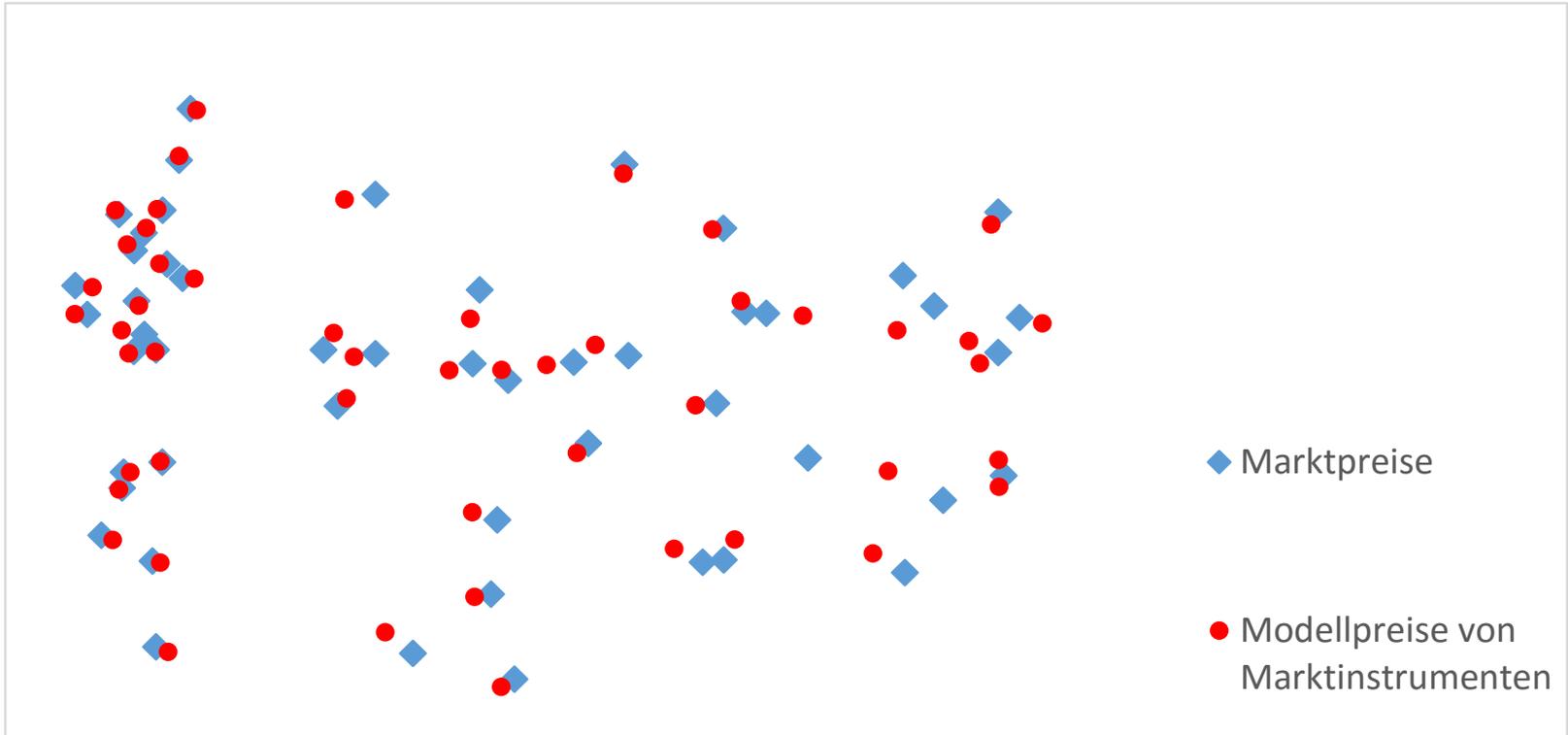
Das Motto des Abends

Bleiben Sie im Hier und Jetzt



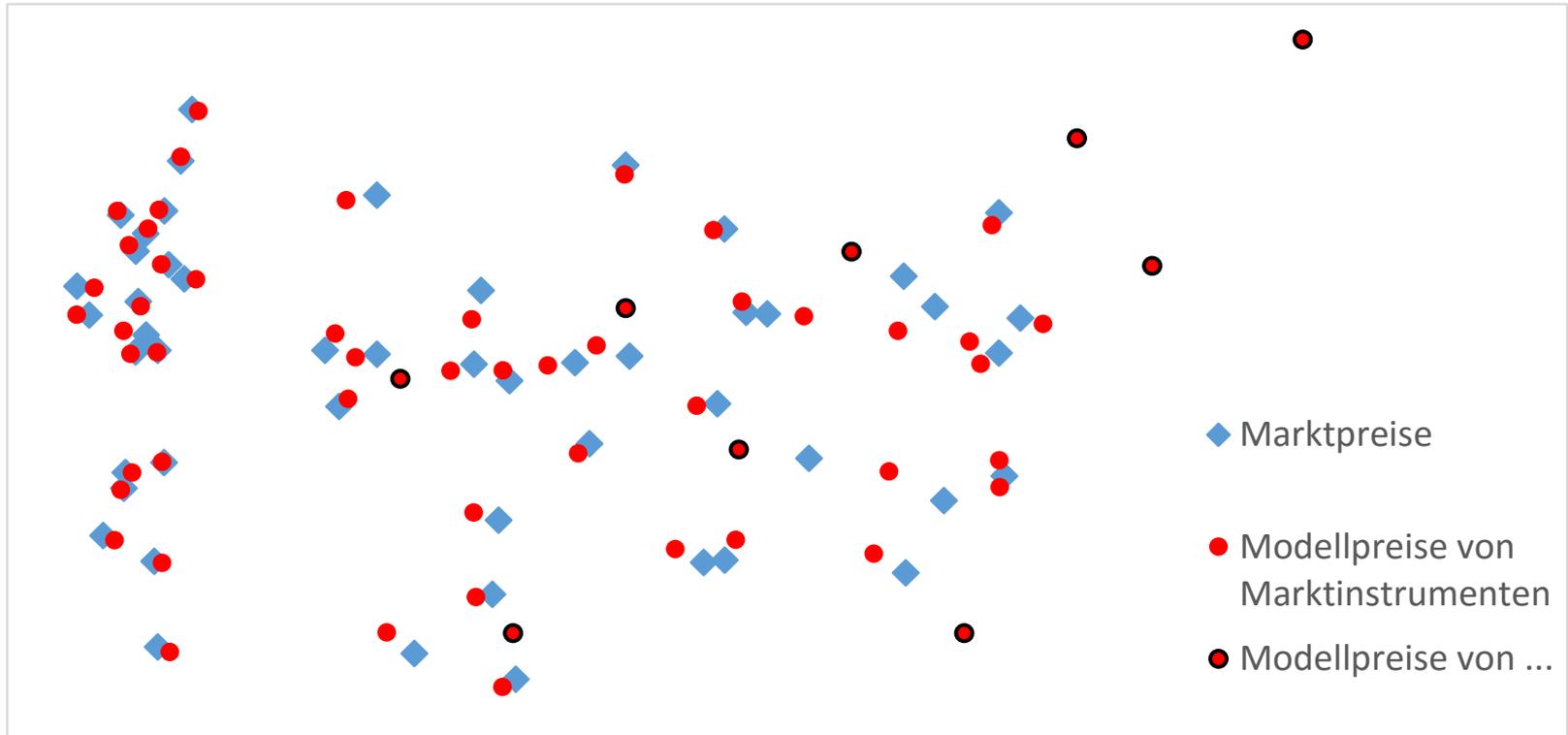
- Der Markt lügt nicht...
- Welches Modell soll gewählt werden, um diese Preise bestmöglich zu treffen?

Die Marktpreise und die Modellpreise sollten nah beieinander sein...



- Nach der Modellwahl sorgt die Kalibrierung für „optimale“ Adjustierung an Marktpreise
 - Robustheit der Kalibrierung?
 - Gütekriterien für den Marktpreisfit?

Die Marktpreise und die Modellpreise sollten nah beieinander sein für die Inter/Extrapolation auf neue Preise



- Wie gut ist das zu bewertende Instrument durch Marktinstrumente replizierbar?
 - Liegt es eher in der Mitte oder am Rand des Bildes?
- **Wie relevant ist die Modellwahl (und die Kalibrierung)???**

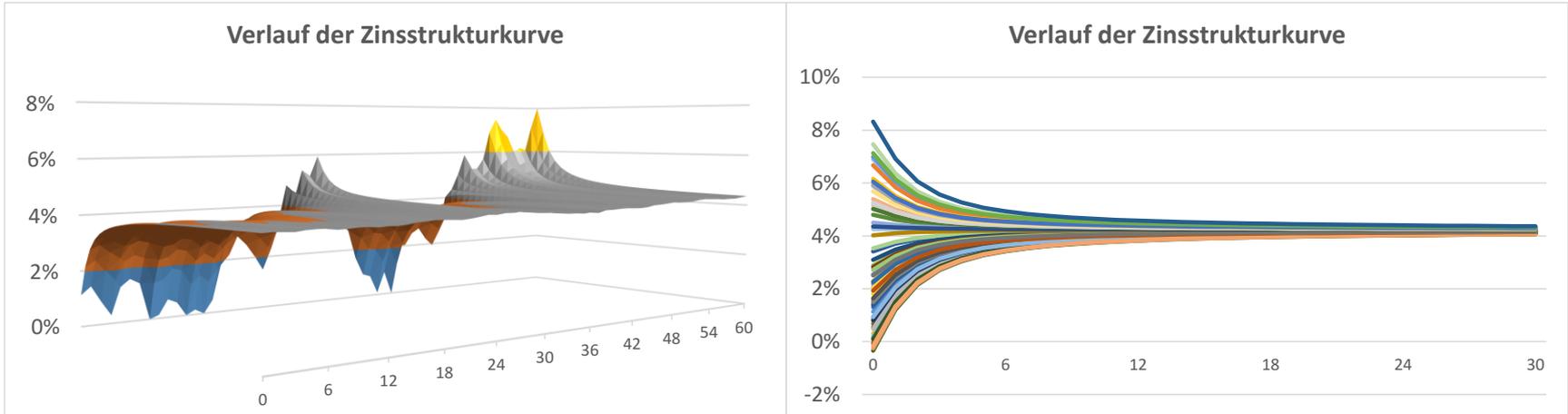
- Zinsmodell: Familie *mehrdimensionaler* stochastischer Prozesse
 - Interpretation: *Zinskurven* (Renditen) von *risikofreien* Zerobonds
 - Jede Parametrisierung ergibt einen konkreten Zinskurvenprozess
 - Startzustand = Startzinskurve
- Verwendung von Zinsmodellen: **Projektion** versus **Bewertung**
 - Projektion: Realistische Kurven (real world) für den Blick in die Zukunft
 - Auch die zukünftige Kurvendynamik sollte realistisch sein
 - Wofür ist eine stochastische Projektion notwendig?
 - Bewertung: fundamental anderer Fokus als Projektion
 - Finde konsistente Preise (für den Startzeitpunkt) von *Instrumenten*
 - Arbitragefreiheit notwendig – und Bewertung neuer Instrumente darf sie nicht zerstören!!
 - Die Zukunft interessiert nicht, sie ist nur Mittel zum Zweck: bleiben sie im Hier und Jetzt...!
 - Als die Welt noch nicht stochastisch und in Ordnung war...
 - Bewertung = „realistische“ Diskontierung einer realistischen Projektion
 - Viele Aktuare sehen eine realistische Projektion noch als fundamentales Paradigma

- Finanzmathematik – für arbitragefreie und vollständige Zinsmodelle gilt: Preise von *Instrumenten* sind...
 1. ...eindeutig (bei Erhalt der Arbitragefreiheit) und
 2. ...das Resultat eines Konstruktionsverfahrens: *Martingalpricing*
- Martingalpricing liefert eine äußerst elegante Bewertungstechnik, insbesondere entfällt die Frage, was eine angemessene Diskontierung ist!
- Marktkonsistente Bewertung
 - Bewertungsverfahren muss Preise von liquiden Instrumenten reproduzieren
 - Das wird durch einen guten *Marktpreisfit* erreicht: die Modellparameter müssen so *kalibriert* werden, dass ein guter „Fit“ an die Marktpreise entsteht
 - Startzinskurve muss getroffen werden – das ist der leichte Teil
 - Fit an Swaptionpreise ist die große Herausforderung
- Dieses Bewertungsverfahren ähnelt einem *Interpolationsverfahren*
 - Von bekannten Preisen auf unbekannte schließen (auch extrapolieren!)

- Auch wenn es gegen das Prinzip „Hier und Jetzt“ verstößt...
 - Wenn alle (akzeptablen und kalibrierten) Zinsmodelle die gleiche Startzinskurve haben, dann unterscheiden sie sich nur durch die „Form und Dynamik der Zinsstrukturkurven“ in der Projektion
- Kann diese Dynamik teilweise durch Volatilität gemessen werden?
 - Der Volatilitätsbegriff bei Zinsmodellen ist diffus!
 - Was bedeutet es, dass zwei Modelle die gleiche Volatilität haben?
 - Was bedeutet es, dass ein Zinsstress die gleiche Volatilität hat wie die Basis?
 - Man kann etwa zu jedem (Forward)Zins eine Standardabweichung bestimmen, das ergibt eine ziemlich große Anzahl an „Volatilitäten“
 - Optionspreise sind Volatilitätspreise, es gibt also einen Link zu Marktpreisen
- Ein guter Fit an Optionspreise kann als marktkonsistente Modellvolatilität verstanden werden
 - Zurück also zum „Hier und Jetzt“...

- Die klassischen Ein-Faktor Short Rate Modelle haben eine sehr einfache Zinsdynamik

Illustration anhand des Vasicek Modells



- Das klassische Ein-Faktor Hull-White Modell (HW1) ist eine Erweiterung des Vasicek Modells
 - Es kann zwar an jede Startzinskurve kalibriert werden, aber die folgende Dynamik ist ähnlich eingeschränkt wie beim Vasicek Modell
 - Der GDV hat der Branche ein HW1 für das BSM zur Verfügung gestellt, die DAV liefert dazu quartärliehe eine Kalibrierung

Die gängigen Zinsmodelle schaffen eine gute Kalibrierung an die Startzinskurve, aber beim Marktfit an Derivatepreise unterscheiden sich die Modelle stark

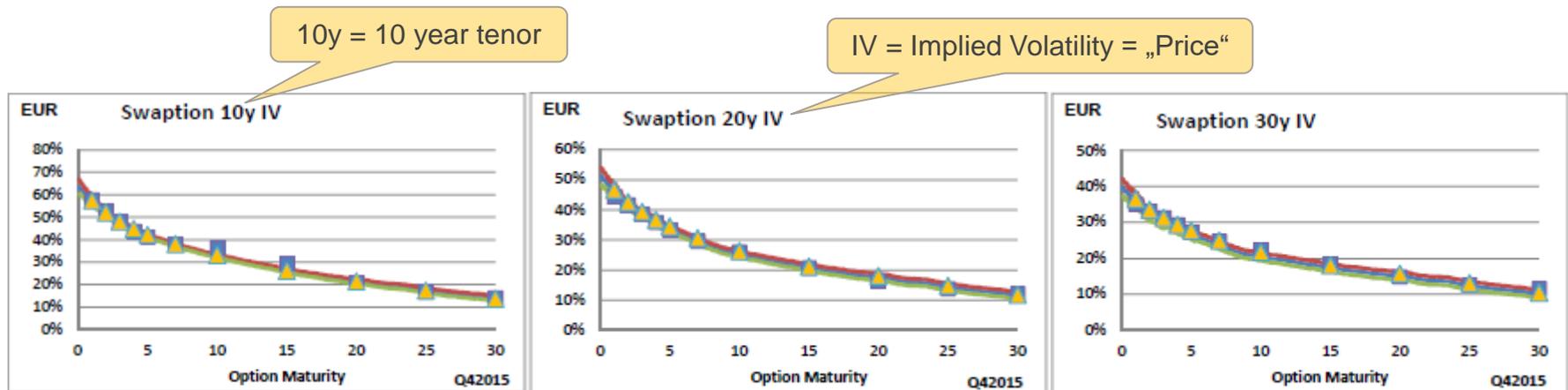
Diese Schwächen pflanzen sich fort auf Bewertungsschwächen von exotischen Instrumenten

Bevor wir über „realistische“ Zinskurven diskutieren, sollten wir den Marktfit an die Derivate, etwa Swaptions, besser in den Griff bekommen

- Wie relevant die Modellwahl ist hängt von den zu bewertenden Instrumenten ab, wir unterscheiden 4 Arten:
 1. Bonds (risikofrei): Preise durch Startzinskurve festgelegt
 - Annahme: alle betrachteten Zinsmodelle treffen die vorgegebene Startzinskurve gut genug
 2. Liquide Derivate: Modellpreise so gut wie der Marktpreisfit
 - Illiquide Instrumente: für deren Bewertung betreiben wir den ganzen Aufwand
 3. Theoretisch handelbare Marktinstrumente (Zerobonds: 101 jährig, Swaptions: mit Strike 20%, ...)
 4. „Exoten“: etwa Versicherungsverträge („hedgebarer Teil“)
- Wir betrachten nun Swaptions (genauer: Receiver Swaptions)
 - Damit bewegen wir uns in den Instrumentenklassen 2 und 3
 - Swaptions sind Optionen auf Standard-Zinsswaps (genauer: Receiver Swaps)
 - Sie sind ziemlich liquide, allerdings nur für gängige Parameterkonstellationen
 - Bewertungsschwächen in diesen Klassen wirken sich auch auf Klasse 4 aus!
 - Interpolation zwischen schlechten Datenpunkten sind schlecht

- Handhabbare Modelle haben analytische Preisfunktionen für die gängigen Instrumente (wie Zerobonds und Swaptions)
- Entsprechend hat die Startpreisstruktur dieser Instrumente eine spezifische analytische Form
 - Bei sehr einfachen Zinsmodellen lässt sich die analytische Form der Startzinskurve nicht immer hinreichend gut an die Marktdaten kalibrieren
 - Gängige Zinsmodelle besitzen diese Schwäche nicht, oft wird die Kurve als Parameter vorgegeben
 - Negative Startzinsen sind für einige Modelle ein Problem...
- Spannend wird es bei der analytischen Form der Swaptionpreise
 - Hierin liegt ein wesentlicher Unterschied bei verschiedenen Zinsmodellen
 - Swaptions haben 3 Parameter, das gibt drei Dimensionen und viele Marktdaten
 - *Laufzeit* der (europäischen) Option
 - *Strike*: Optionaler Preis für das Underlying
 - *Tenor*: Laufzeit des Underlyings (Swap)

- Preisstruktur von at-the-money (ATM) Swaptions in Richtung Laufzeit und Tenor
 - ATM: Strike entspricht aktuellen Forwardzins, passend zu Laufzeit und Tenor
- In der Praxis schaut man sich gerne geeignete Schnitte an (fixer Tenor), abhängig von den zur Kalibrierung herangezogenen Marktdaten



- Hier werden Marktpreise (blaue Quadrate) und Modellpreise (gelbe Dreiecke) verglichen – und noch mehr...

- Bei gegebener Zinskurve legen zwei Parameter die Kalibrierung fest
 - Mean Reversion Speed (MRS)
 - Geschwindigkeit bzw. Gewicht, mit dem der Zins zu einem Zielzins strebt
 - MRS hat Einfluss auf Swaptionpreise!
 - Sollte dieser Parameter fix gewählt werden – etwa historisch / ökonomisch motiviert
 - ...oder Teil der Optimierungsroutine bei der Kalibrierung sein?
 - „Volatility“
 - Bei festem MRS sind die Swaptionpreise durch einen einzigen Parameter festgelegt
 - Wenn der Marktpreis einer Swaption genau getroffen werden soll ist das Modell festgelegt!
- Das gibt in der Regel einen ziemlich schlechten Fit an die ATM-Preise
- Dieses Modell wird aktuell noch im BSM verwendet...

- Man kann ebenso OTM-Swaptionflächen betrachten
 - Marktpreise weniger liquide, abhängig vom OTM-Niveau
 - Modellpreise lassen sich einfach bilden
- Hier verstärken sich in der Regel die Schwächen des ATM-Fit...
- Die zu bewertenden Exoten sind fast immer OTM ähnlich...

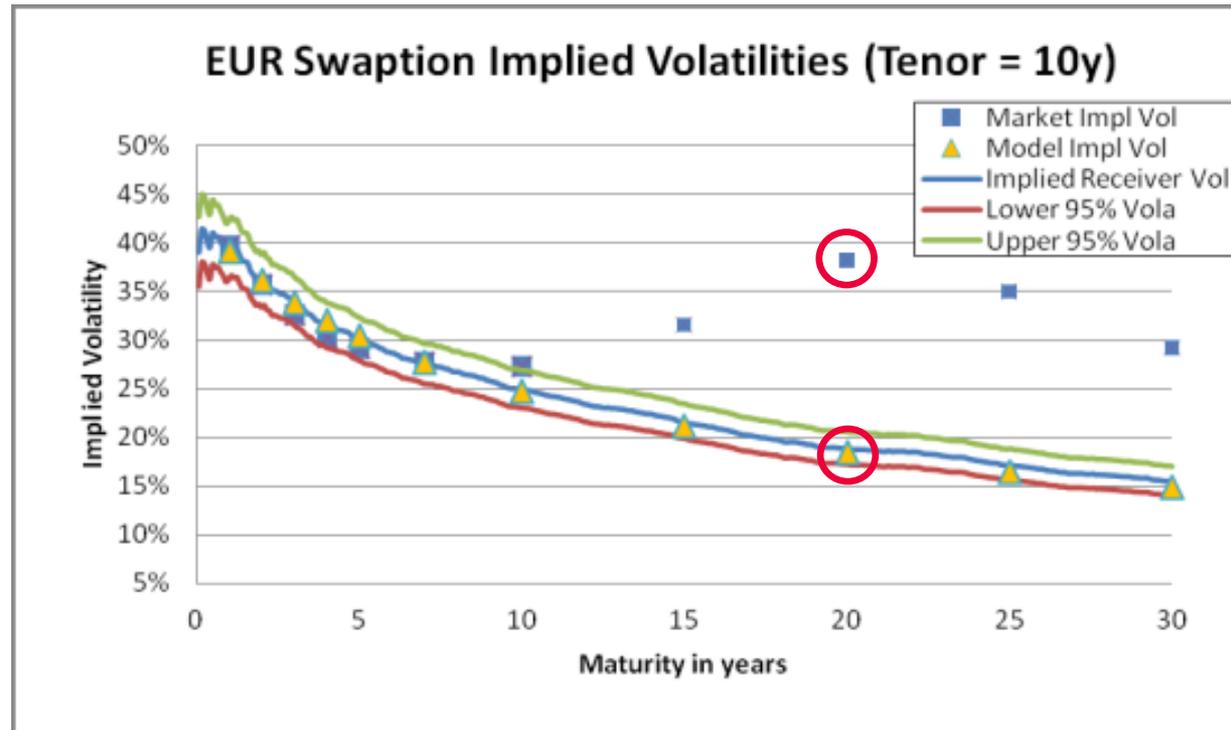
2 Beispiele zu Startpreisen von Swaptions

Woran können wir erkennen,
wie materiell Schwächen in den Startpreisen sind?

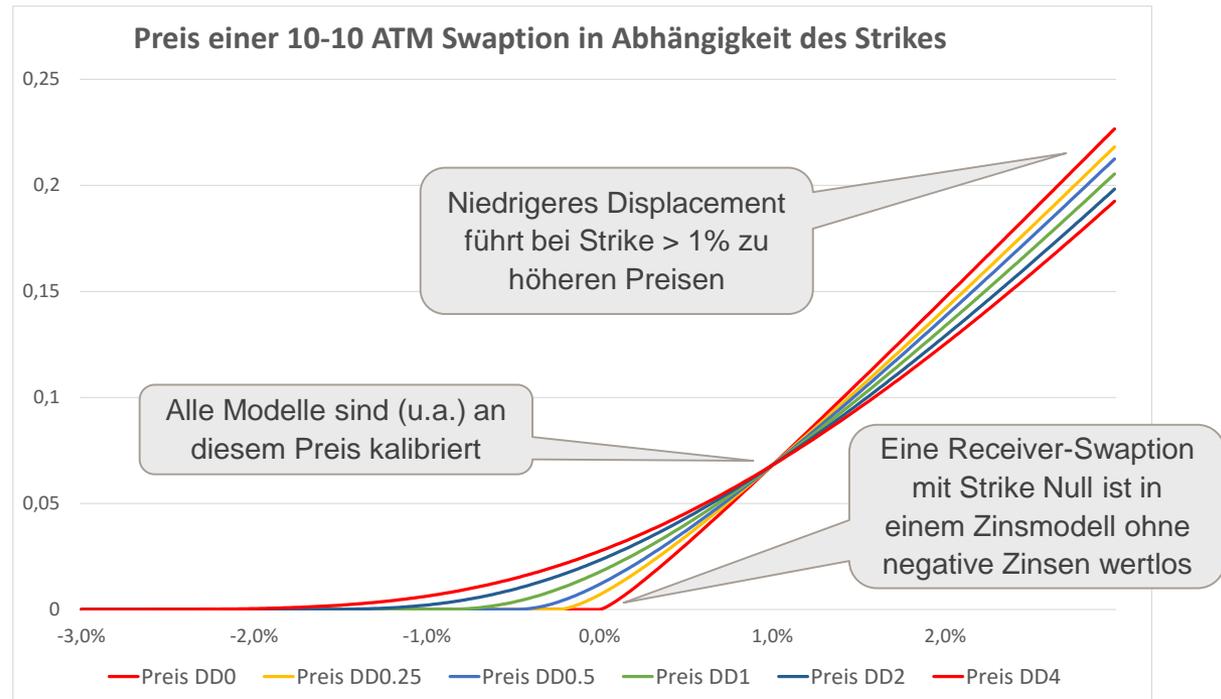
Wie relevant ist die Frage nach realistischen Zinskurven?

Beispiel eines schlechten Marktfits und Konsequenzen

- Faktor 2 zwischen Modellpreis und Marktpreis für ATM-Swaption
 - Laufzeit 20 Jahre, Tenor 10 Jahre
- Kalibrierung konnte das Problem nicht lösen, die S-Form der Marktpreise war analytisch nicht darstellbar
- Das Zinsmodell musste erweitert werden
- Der Zeitwert der Optionen stieg signifikant – der MCEV sank signifikant



- Das Zinsniveau sei flach 1%, es wird nicht variiert
- Wir betrachten die Preise einer 10-10 Receiver-Swaption mit Nominal 1
 - Mit verschiedenen Strikes, für 6 „verschiedene“ Zinsmodelle
 - LMM (Libor Market Model)
 - DDLMM (Displaced Diffusion LMM) mit 5 verschiedenen Displacements (DD)
 - 0.25 / 0.5 / 1 / 2 / 4
 - LMM = DDLMM mit DD=0
- Alle Modelle sind an den selben Daten kalibriert
 - Insbesondere an der 10-10 ATM-Swaption



- Die Materialität der Modellfrage hängt an der optionalen Struktur der zu bewertenden Exoten
- Beispiele
 - Klassische Zinsgarantie in Leben – wo genau liegt der Strike?
 - Können die Managementregeln zu Optionalität mit sehr hohem Strike führen?
 - Nicht-negativer Rechnungszins in Gesundheit
- Per Replikation der Verbindlichkeiten kann diese Struktur besser verstanden werden!

- Wie realistisch sind die Zinskurven?
- Ist das eine Frage an einzelne Kurven oder an die Verteilung?
- Was sind die Kriterien für „realistisch“?
- Schwächen in der Kurvenform und –dynamik können oft bereits an den Startpreisen abgelesen werden
 - Beispiel HW1
- Im Umkehrschluss führt ein guter Preisfit zu realistischen Kurven...

1. Die „klassischen“ Zinsmodelle weisen deutliche Schwächen bei der Swaptionmodellierung auf
 - Das führt zu mangender Güte des Marktpreisfits, dieser Fehler plantz sich fort au die zu bewertenden Instrumente
 - „Moderne“ Modelle sind hier stärker, aber auch deutlich komplexer
 - Brauchen wir komplexere Modelle???
2. Es lässt sich nicht generell sagen, wie materiell die Modellwahl ist bzw. welche Qualität die Swaptionmodellierung haben sollte, das hängt wesentlich am optionalen Charakter der zu bewertenden Instrumenten
 - Es ist wichtig, diesen optionalen Charakter zu verstehen
 - Es lassen sich viele Beispiele finden, in denen die Modellwahl relevant ist
3. Die Betrachtung der Zinskurven in der Projektion ist von zweifelhafter Erklärungskraft – viel davon lässt sich überführen auf die objektivere Betrachtung von Startpreisen