

# Risikoaggregation mit Least Squares Monte Carlo

Christian Bettels  
Dr. Michael Leitschkis

Qx Club  
Köln, 06.03.2012



# Agenda

- **Motivation**
- LSMC - Theorie
- LSMC - Praxis
- Fazit und Ausblick

# Motivation und Einführung

## *Bedarf für die Risikoverteilung*

- Gemäß Artikel 122 der Solvency II–Rahmenrichtlinie, müssen die Versicherer, die ein Internes Modell verwenden, das SCR mithilfe einer vollen Risikoverteilung ermitteln:

*Where practicable, insurance and reinsurance undertakings shall derive the Solvency Capital Requirement directly from the probability distribution forecast generated by the internal model of those undertakings, using the Value-at-Risk measure set out in Article 101(3).*

- Wir glauben, dass die Least Squares Monte Carlo–Technologie ein mächtiges Verfahren darstellt, welches für die Berechnung der Risikoverteilung verwendet werden kann und die folgenden **wichtigen Eigenschaften** aufweist:
  - Genauigkeit der Berechnungen
  - Geschwindigkeit der Berechnungen
  - Konsistente Behandlung der Markt-, Kredit- und Versicherungsrisiken
  - Robuste und revisionssichere Validierung
  - Automatisierbarkeit des Verfahrens

# Agenda

- Motivation
- **LSMC - Theorie**
- LSMC - Praxis
- Fazit und Ausblick

# LSMC-Theorie

Ein Prozessdiagramm



# LSMC-Theorie

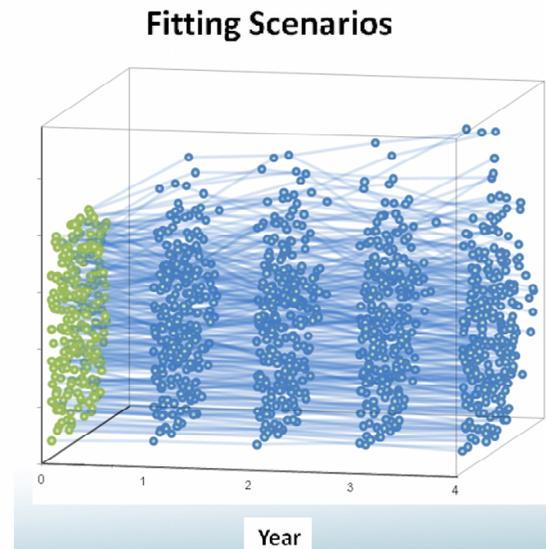
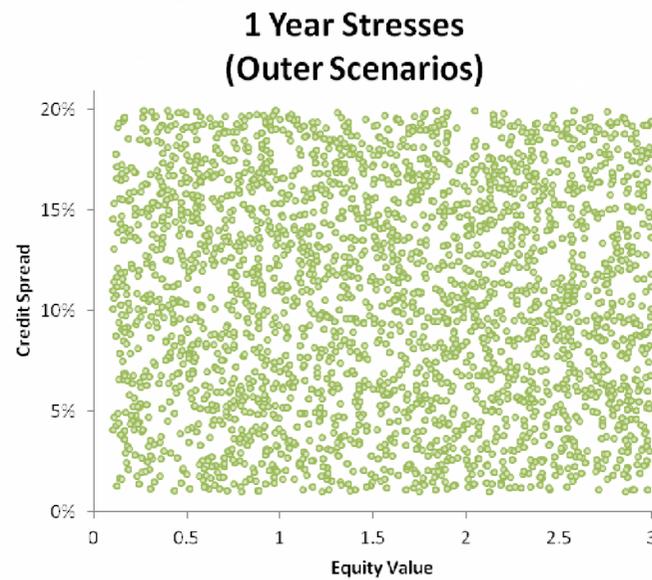
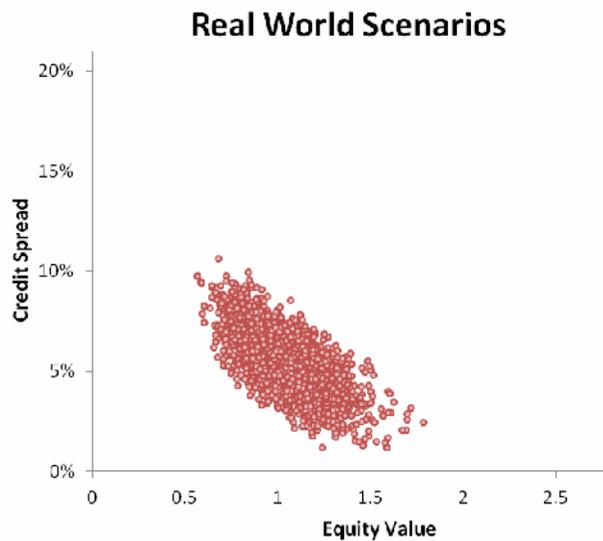
*Identifiziere die Risikotreiber*

- **Man wähle Variablen mit relevanter Ergebniswirkung aus, zum Beispiel:**
  - Zinsen (kurzfristig, langfristig)
  - Aktienindex
  - Immobilienindex
  - Implizite Volatilitäten
  - Kreditrisiko (z.B. Default-Raten)
  - Storno
  - Sterblichkeit
  - Langlebigkeit
  - Kosten
  
- **Bemerkung:** Die genaue Wahl der Risikotreiber hängt von den Unternehmensspezifika ab.

# LSMC-Theorie

## Erzeuge die Fitting-Szenarien

- Erzeuge eine Vielzahl äußerer 1-Jahres-Szenarien
  - Keine “Meinung” über die Wahrscheinlichkeit bestimmter Szenarien von Bedeutung
  - Gleichmäßige Ausfüllung des Risikoraumes
- Erzeuge wenige innere Bewertungsszenarien pro äußeres Szenario
  - Größenordnung: 2-10 innere Szenarien pro äußerem Szenario



# LSMC-Theorie

*Wähle die Basisfunktion aus*

- Grundsätzlich könnte der PVFP eine beliebige Funktion der Risikotreiber sein
  - **Wir verwenden Polynome**
- Konkrete Wahl der Basisfunktionen
  - Von welchem Grad sollen die Einzelterme höchstens sein?
  - Von welchem Grad sollen die Mischterme höchstens sein?
- Beispiel: Einzelterme vom Grad 2 (oder geringer), Mischterme vom Grad 3 (oder geringer):

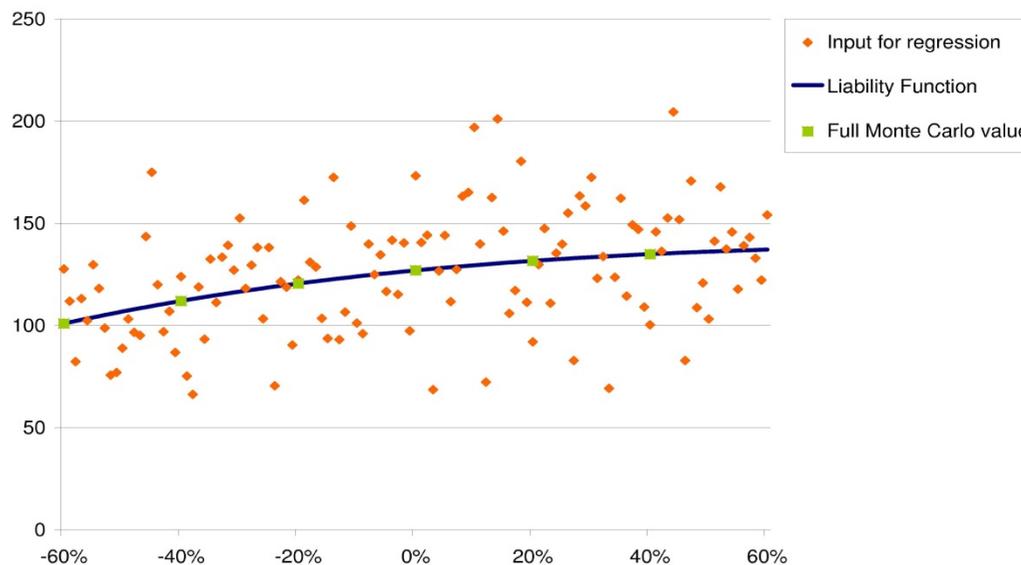
$$L(R_1, R_2) = a_1 + a_2 R_1 + a_3 R_1^2 + a_4 R_1^3 + a_5 R_2 + a_6 R_2^2 + a_7 R_2^3 + a_8 R_1 R_2 + a_9 R_1^2 R_2 + a_{10} R_1 R_2^2$$

Constant      Terms in risk 1      Terms in risk 2      Power 2 cross terms      Power 3 cross terms

# LSMC-Theorie

*Ermittle die funktionale Abhängigkeit des PVFP von den Risikotreibern*

- gewöhnliche Regression durch die Paare  $(r^{(j)}, y_j)$ ,  $j=1, \dots, n$
- Einzelne  $y_j$  stellen grobe PVFP-Schätzer dar
- Fehler in den einzelnen  $y_j$  werden mithilfe der Regression "ausgemittelt"
- Typischerweise 30-100 polynomiale Terme in der PVFP-Funktion
- **Der Fitting-Prozess ist automatisierbar**



# LSMC-Theorie

## *Validiere die Ergebnisse*

- LSMC ermöglicht **explizite und implizite Validierungsmöglichkeiten** für das Fitting, die Qualität der PVFP-Funktion und somit für die Qualität der Risikoverteilung:
- ✓ Der einfachste und direkteste Validierungsansatz ist der **Vergleich** der LSMC-Ergebnisse für bestimmte Risikotreiber-Werte mit den entsprechenden PVFP gemäß einer expliziten Monte Carlo-Simulation mit mindestens 1000 Bewertungsszenarien.
- ✓ Es gibt simple, aber mächtige statistische Validierungsmethoden für LSMC – die sogenannten Jackknife-Methoden – die die Berechnung der Standardabweichungen und der Konfidenzintervalle für die LSMC-Ergebnisse ermöglichen.
- ✓ Wir können das Verhalten des PVFP als Funktion von jeweils 1 oder 2 Risikotreibern plotten, wobei die anderen Risikotreiber konstant gehalten werden. Die derart erzeugten Diagramme werden einer ökonomischen Interpretation unterzogen.
- **Bemerkung:** Eine ökonomische Deutung der Risikozusammenhänge – etwa der Abhängigkeit des PVFP von Zins und Storno – stellt einen Mehrwert von LSMC dar.

# Agenda

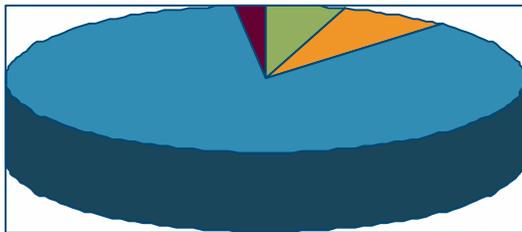
- Motivation
- LSMC - Theorie
- **LSMC - Praxis**
- Fazit und Ausblick

# LSMC-Praxis

## Betrachtung eines typischen deutschen Lebensversicherers

### Aktivseite:

- 86% Bonds (risikofrei und „AA“)
- Aktien (5%), Immobilien (7%), Cash (2%)



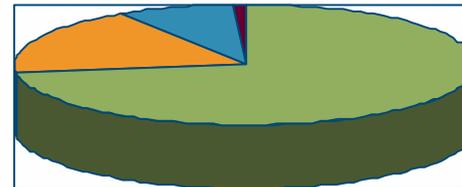
■ Aktien 5% ■ Immobilien 7% ■ Bonds 86% ■ Cash 2%

### Unternehmenssituation:

Der Basis PVFP beträgt 115 Mio €.

### Passivseite:

- Konventionelles Geschäft mit Reserven von 7,9 Mrd. € in KapitalV und RentenV und von 0,1 Mrd. € in RisikoV
- Fondsgebundenes Geschäft mit Reserven i.H.v. 2 Mrd. €
- RfB i.H.v. 0,9 Mrd. €, EK i.H.v. 0,1 Mrd. €



■ Konv. Deckungsrückstellung 8 Mrd. €  
■ Fondsgeb. Deckungsrückstellung 2 Mrd. €  
■ RfB 0,9 Mrd. €  
■ Eigenkapital 0,1 Mrd. €

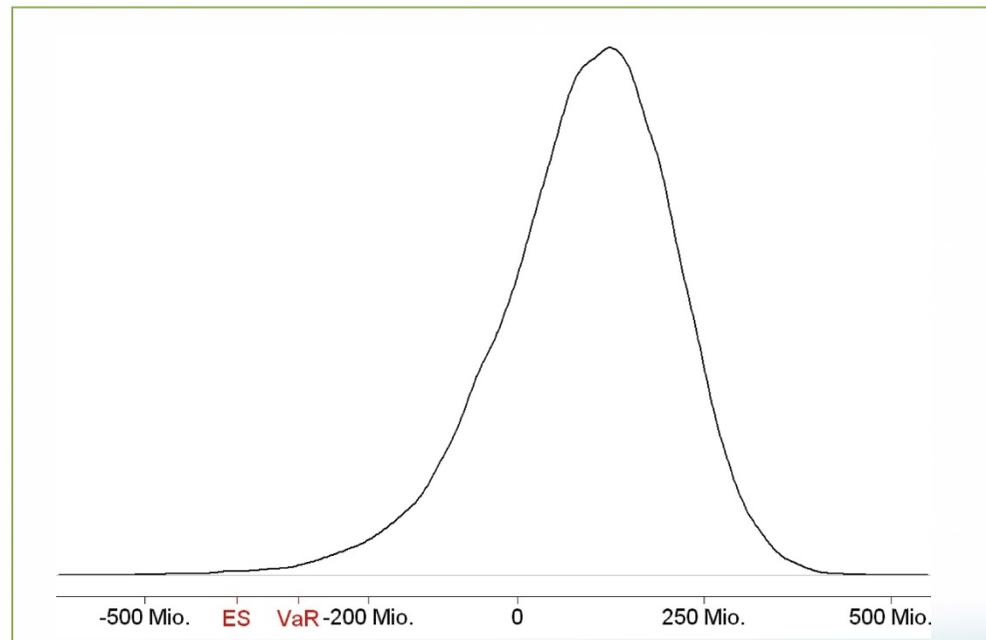
### Betrachtete Risiken:

Zinsrisiko, Zinsvolatilität, Aktienrisiko, Aktienvolatilität, Kreditrisiko, Storno, Sterblichkeit, Langlebigkeit

# LSMC-Praxis

## *Berechnung der Risikoverteilung*

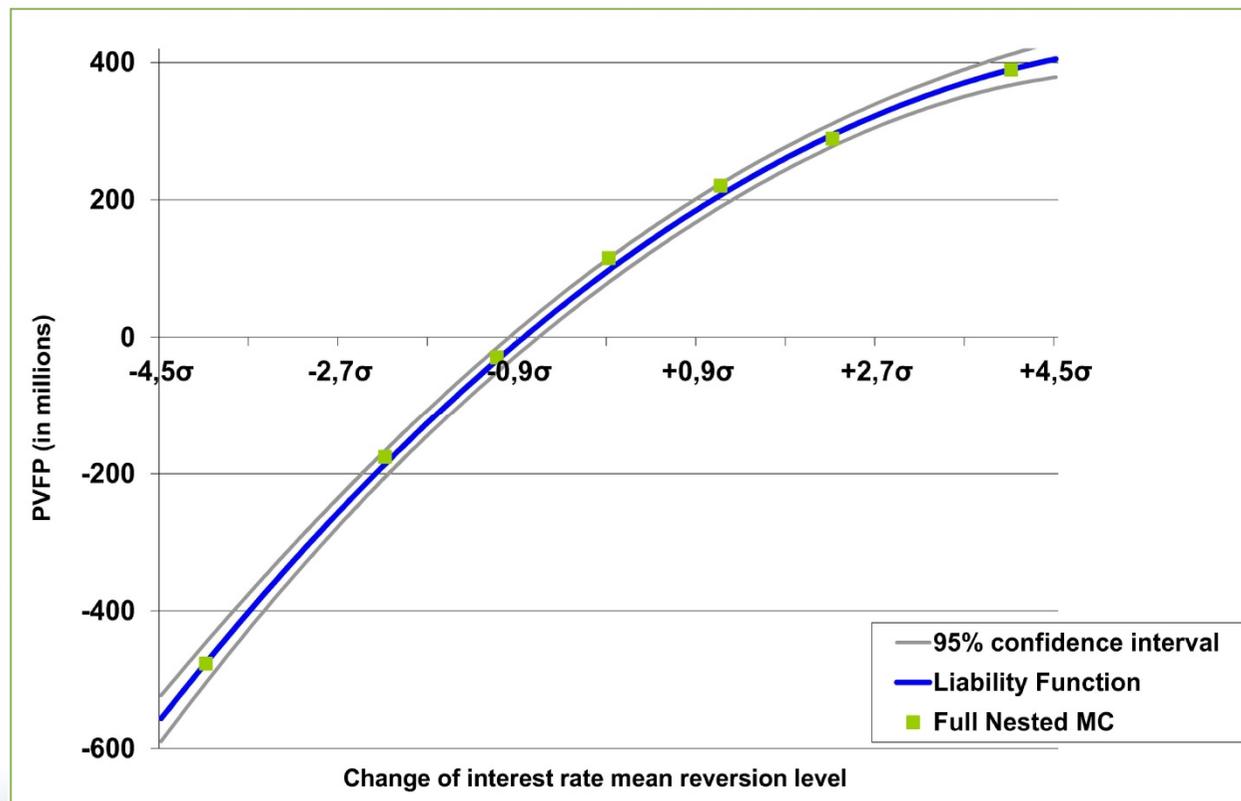
- Wir werten die PVFP-Funktion anhand 50.000 einjähriger Real-World-Szenarien, also anhand 50.000 Realisierungen der Risikotreiber mit gewünschten Abhängigkeiten zwischen einzelnen Risikotreibern aus
- Es ergeben sich ein 99,5%-VaR von EUR -294 Mio. und ein SCR von EUR 409 Mio. bei einem Basis-PVFP von EUR 115 Mio. Damit ist die LRA aus ökonomischer Sicht deutlich unterdeckt



# LSMC-Praxis

## Statistische Validierung der Ergebnisse

**Beispiel:** → Kleine Abweichungen (<2%) zwischen LSMC-Werten und „genauen“ Werten  
→ Enge Konfidenzintervalle

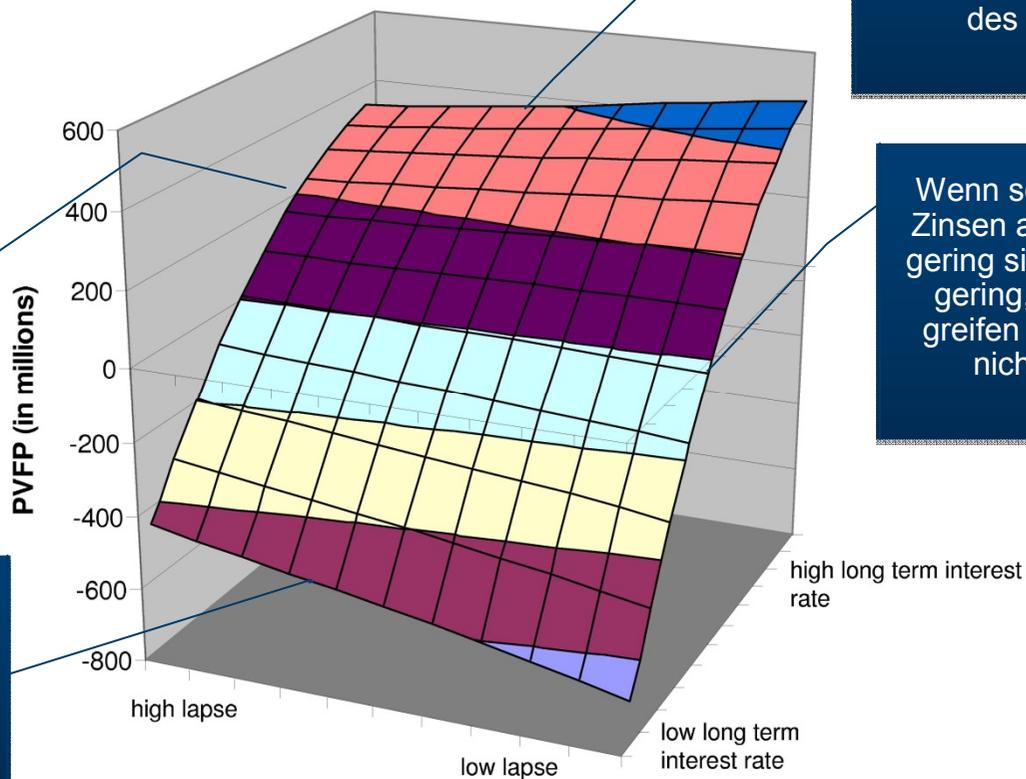


# LSMC-Praxis

## Ökonomische Validierung der Ergebnisse: Zins vs. Storno

Bei hohen Stornosätzen führt ein Anstieg der langfristigen Zinsen zu einem erheblichem Anstieg des PVFP aufgrund steigender Kapitalerträge und sinkender Garantiekosten.

Wenn die langfristigen Zinsen niedrig sind, würden steigende Stornoraten die Garantiekosten reduzieren und somit den PVFP erhöhen.



Bei hohen langfristigen Zinsen würden sinkende Stornoraten die Kapitalanlagen erhöhen und somit zu einem Anstieg des PVFP führen.

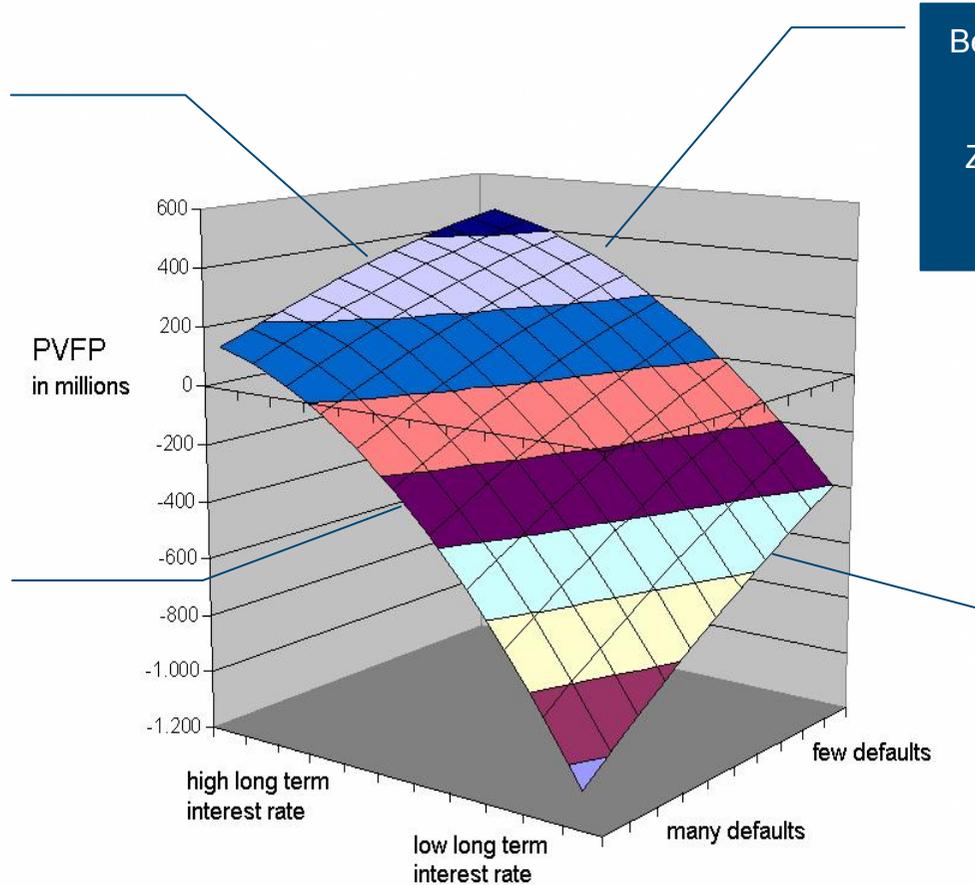
Wenn sowohl die langfristigen Zinsen als auch die Stornoraten gering sind, ist der PVFP extrem gering, da die Zinsgarantien greifen und die Kapitalerträge nicht ausreichend sind.

# LSMC-Praxis

Ökonomische Validierung der Ergebnisse: Zins vs. Credit

Bei hohen langfristigen Zinsen führt eine Verringerung der Ausfallwahrscheinlichkeit zu einem Anstieg des PVFP.

Bei einer hohen Ausfallwahrscheinlichkeit führt ein steigender langfristiger Zins zu einer erheblichen Erhöhung des PVFP.



Bei einer geringen Ausfallwahrscheinlichkeit führt eine Erhöhung der langfristigen Zinsen zu einem Anstieg des PVFP.

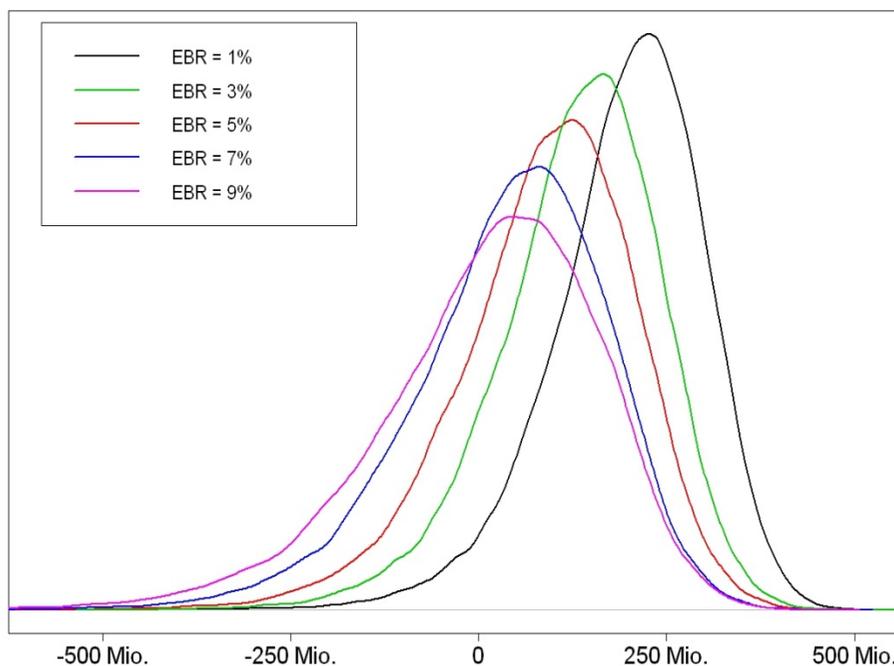
Bei einem niedrigem langfristigen Zins führt eine Verringerung der Ausfallwahrscheinlichkeit zu einem Anstieg des PVFP.

# Ausbaustufe

## Abhängigkeit des SCR von Parametern der Managementregeln

### Beispiel Aktienquote

- Es können zusätzlich Parameter der Managementregeln in die Regression und damit in die PVFP-Funktion mit aufgenommen werden  $\rightarrow PVFP = f(r_1, \dots, r_9, r_{10})$
- So kann direkt der Einfluss des Parameters auf das SCR untersucht werden.
- Dies wird für die LRA am Beispiel einer Aktienquote zwischen 1% und 9% illustriert. Der Spezialfall Aktienquote gleich 5% entspricht dabei der bereits zuvor dargestellten Risikoverteilung.



EBR	99,5% Quantil	SCR
1%	-142,9 Mio	258,2 Mio
3%	-221,6 Mio	336,9 Mio
5% (Basis)	-293,6 Mio	408,9 Mio
7%	-391 Mio	506,3 Mio
9%	-482,1 Mio	597,4 Mio

# Agenda

- Motivation
- LSMC - Theorie
- LSMC - Praxis
- **Fazit und Ausblick**

# Fazit und Ausblick

## *Vorteile der LSMC-Methodik*

- Markt-, Kredit- und VT-Risiken werden konsistent behandelt
- Keine signifikanten Lizenzgebühren
- Automatisierbarkeit des Prozesses
- Schnelligkeit der Berechnungen
- Robuste und revisionssichere Validierung
- Mehrwert durch ökonomische Deutung der Ergebnisse

# Fazit und Ausblick

## *Verschiedene LSMC-Anwendungen*

### ▪ Reporting

- Quartärlisches und Ad-hoc-Reporting
- Mittelfristige Economic Capital-Planung (→ ORSA)
  - LSMC - Erweiterung für Projektionsjahre  $t > 1$

### ▪ Validierung

- LSMC kann etwa einen Replicating Portfolio-Ansatz validieren

### ▪ Erweiterung der Managementregeln

- Entwicklung von Managementregeln, die die SII-Bedeckungsquoten berücksichtigen (→ Use Test)

### ▪ Pricing komplexer Derivate

- Callable Bonds

# Fazit und Ausblick

## *Steuerung nach SII-Bedeckungsquoten in Managementregeln*

- **Das SII-Managementregeln-Problem**
  - Die Berechnung der SII-Quoten ist ein «Stochastik-in-Stochastik»-Problem
  - Weitere Dimension, wenn diese Quoten Input der Managementregeln sind
  - Aber: Managementregeln sollen SII-Quoten beachten («Use Test»)
  
- **Was war zuerst, die Henne oder das Ei?**
  - ...Wir können SII-Quoten über 40 Jahre rechnen, ohne sie zu benutzen...
  - ...Aber wenn Managementregeln diese zum Zeitpunkt  $t-1$  verwenden, würden sich die Quoten zum Zeitpunkt  $t$  ändern!
  
- **Die LSMC-Lösung**
  - Wähle die SII-Quote als Risikotreiber
  - Verwende diesen Risikotreiber in den Managementregeln

# Danksagung

Wir bedanken uns herzlich bei

- Laszlo Hrabovszki (Generali Deutschland Holding AG)
- Dr. Florian Ketterer (Generali Deutschland Holding AG)
- Adam Koursaris (Barrie + Hibbert)
- Dr. Mario Horig (Milliman)

# Backup

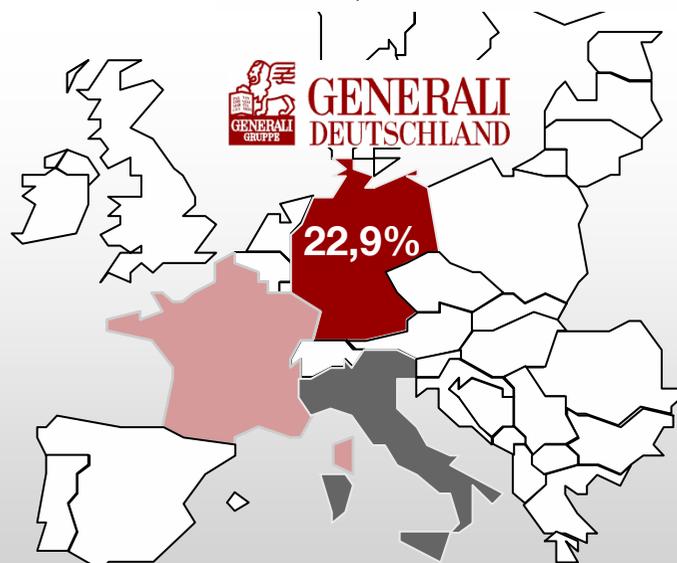
# Generali Deutschland als wichtiger Teil der internationalen Gruppe

## Überblick Generali Deutschland



**Top Player in Europa und größter europ. Lebensversicherer**

mit Beitragseinnahmen von 73,2 Mrd. € in 2010



Anteil an den Prämien der Generali Gruppe<sup>1</sup>

Italien	29,0%	CEE <sup>2</sup>	5,5%
Deutschland	22,9%	Rest von Europa	14,9%
Frankreich	20,9%	Rest der Welt	6,9%

<sup>1</sup> gebuchte Bruttobeiträge 2010, <sup>2</sup> Central and Eastern Europe



**GENERALI DEUTSCHLAND**

- **Gegründet 1824** in Aachen
- Seit 1998 deutsche **Tochtergesellschaft** der internationalen **Generali Gruppe**
- **Führung deutscher Beteiligungen** der Generali Gruppe
- Fokus auf
  - **Deutschen Markt**
  - **Erstversicherung**
  - **Privat- und Gewerbekunden**
- **Nr. 2** auf dem **deutschen Erstversicherungsmarkt**
- **Marktführer in Fondsgebundener-, Riester- und Risikoversicherung**

# Generali Deutschland Gruppe mit vielseitigem Marktauftritt durch Mehrmarkenstrategie

## Marken der Generali Deutschland Gruppe



- **Gebuchte Bruttobeiträge: 5,8 Mrd. €**
- Nach Fusion mit Volksfürsorge **größter Komposit- und Personen-Versicherer** der Generali Deutschland Gruppe
- **Multikanalvertrieb**



- **Gebuchte Bruttobeiträge: 5,5 Mrd. €**
- Marktführer in **Fondsgebundener Lebens- und Renten- sowie Riesterversicherung**
- **Deutsche Vermögensberatung** (einer der führenden eigenständigen Finanzvertriebe der Welt) als **ausschließlicher Vertriebspartner**



- **Gebuchte Bruttobeiträge: 2,1 Mrd. €**
- Marktführer in der **Risikolebensversicherung**
- **Deutschlands größter Direktversicherer**

gebuchte Bruttobeiträge nach HGB, 2010

# Milliman in Europa

*Ein globaler Partner mit starker Präsenz vor Ort*

- ❖ Gegründet in 1947, Milliman ist eines der größten unabhängigen aktuariellen Beratungsunternehmen, mit über 2,500 Mitarbeitern an 56 Standorten weltweit. Unsere Einnahmen in 2010 betrugen US\$676 Mio.
- ❖ Anteilseigner und Manager von Milliman sind 350 Principals, die in Anerkennung ihrer fachlicher und unternehmerischer Leistungen gewählt worden sind.
- ❖ In Europa verfügen wir derzeit über 250 aktuarielle Berater an den folgenden 12 Standorten: Amsterdam, Brüssel, Bukarest, Dublin, Düsseldorf, London, Madrid, Mailand, München, Paris, Warschau und Zürich.
- ❖ Wir sind der Weltmarktführer in aktuarieller Beratung. Wir beraten über 80% der großen Versicherer weltweit.
- ❖ Wir unterstützen viele multinationale europäische Versicherer in großen Implementierungsprojekten im Kontext von IFRS, MCEV und Solvency II.

